90 años 1921 - 2011

Gobierno Federal

SEP

Estados Unidos Mexicanos

PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011 GUÍA PARA EL MAESTRO

Educación Básica Secundaria

Matemáticas

PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011 GUÍA PARA EL MAESTRO

Educación Básica Secundaria

Matemáticas

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
Alonso Lujambio Irazábal

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA
José Fernando González Sánchez

DIRECCIÓN GENERAL DE DESARROLLO CURRICULAR
Leopoldo Felipe Rodríguez Gutiérrez

DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN CONTINUA DE MAESTROS EN SERVICIO
Leticia Gutiérrez Corona

DIRECCIÓN GENERAL DE MATERIALES EDUCATIVOS
María Edith Bernáldez Reyes

DIRECCIÓN GENERAL DE DESARROLLO DE LA GESTIÓN E INNOVACIÓN EDUCATIVA
Juan Martín Martínez Becerra

DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA
Rosalinda Morales Garza

PROGRAMAS
DE ESTUDIO 2011
GUÍA PARA EL MAESTRO

Educación Básica
Secundaria

Matemáticas

Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas fue elaborado por personal académico de la Dirección General de Desarrollo Curricular (DGDC) y de la Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio (DGFCMS), que pertenecen a la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.

La Secretaría de Educación Pública agradece la participación, en la elaboración de estos Programas, de las maestras y los maestros de educación secundaria, especial e indígena, los directivos, los coordinadores estatales de Asesoría y Seguimiento, los responsables de Educación Especial, los responsables de Educación Indígena, y el personal técnico y de apoyo de las entidades federativas, así como las aportaciones de académicos y especialistas de instituciones educativas nacionales y de otros países.

PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011

COORDINACIÓN GENERAL DGDC
Leopoldo Felipe Rodríguez Gutiérrez

COORDINACIÓN ACADÉMICA
Noemí García García

RESPONSABLE DE CONTENIDOS
Hugo Balbuena Corro

REVISIÓN TÉCNICO-PEDAGÓGICA
Enrique Morales Espinosa, Rosa María Nicolás Mora y Natividad Rojas Velázquez

COORDINACIÓN EDITORIAL
Gisela L. Galicia

COORDINACIÓN DE DISEÑO
Marisol G. Martínez Fernández

CORRECCIÓN DE ESTILO
Sonia Ramírez Fortiz

DISEÑO DE INTERIORES
Marisol G. Martínez Fernández

FORMACIÓN
Mauro Fco. Hernández Luna

GUÍA PARA EL MAESTRO

COORDINACIÓN GENERAL DGFCMS
Leticia Gutiérrez Corona

COORDINACIÓN ACADÉMICA
Jesús Pólito Olvera y Adriana Goretty López Gamboa

RESPONSABLES DE CAMPOS DE FORMACIÓN
Rosa María Farfán Márquez, Gisela Montiel Espinosa y Gabriela Buendía Ábalos

COLABORADORES
Daniela Reyes Gasperini, Rubén Alejandro Gutiérrez Adrián, Adriana Moreno Valdez, Claudia Yahaira Balam Güemez y Rebeca Flores García

CORRECCIÓN DE ESTILO
María del Socorro Martínez Cervantes

DISEÑO DE FORROS
Mario Enrique Valdes Castillo

DISEÑO DE INTERIORES Y FORMACIÓN
Edith Galicia De la Rosa
Abel Martínez Hernández

PRIMERA EDICIÓN, 2011

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2011, Argentina 28, Centro, C.P. 06020, Cuauhtémoc, México, D. F.

ISBN: en trámite

Impreso en México
MATERIAL GRATUITO/Prohibida su venta

Índice

Presentación

La Secretaría de Educación Pública, en el marco de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), pone en las manos de maestras y maestros los *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*.

Un pilar de la Articulación de la Educación Básica es la RIEB, que es congruente con las características, los fines y los propósitos de la educación y del Sistema Educativo Nacional establecidos en los artículos Primero, Segundo y Tercero de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos y en la Ley General de Educación. Esto se expresa en el Plan de estudios, los programas y las guías para las maestras y los maestros de los niveles de preescolar, primaria y secundaria.

La Articulación de la Educación Básica se centra en los procesos de aprendizaje de las alumnas y los alumnos, al atender sus necesidades específicas para que mejoren las competencias que permitan su desarrollo personal.

Los Programas de estudio 2011 contienen los propósitos, enfoques, Estándares Curriculares y aprendizajes esperados, manteniendo su pertinencia, gradualidad y coherencia de sus contenidos, así como el enfoque inclusivo y plural que favorece el conocimiento y aprecio de la diversidad cultural y lingüística de México; además, se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente.

La Guía para maestras y maestros se constituye como un referente que permite apoyar su práctica en el aula, que motiva la esencia del ser docente por su creatividad y búsqueda de alternativas situadas en el aprendizaje de sus estudiantes.

La SEP tiene la certeza de que los *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas* será de utilidad para orientar el trabajo en el aula de las maestras y los maestros de México, quienes a partir del trabajo colaborativo, el intercambio de experiencias docentes y el impacto en el logro educativo de sus alumnos enriquecerán este documento y permitirá realizar un autodiagnóstico que apoye y promueva las necesidades para la profesionalización docente.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Programas de estudio 2011

Introducción

La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) presenta áreas de oportunidad que es importante identificar y aprovechar, para dar sentido a los esfuerzos acumulados y encauzar positivamente el ánimo de cambio y de mejora continua con el que convergen en la educación las maestras y los maestros, las madres y los padres de familia, las y los estudiantes, y una comunidad académica y social realmente interesada en la Educación Básica.

Con el propósito de consolidar una ruta propia y pertinente para reformar la Educación Básica de nuestro país, durante la presente administración federal se ha desarrollado una política pública orientada a elevar la calidad educativa, que favorece la articulación en el diseño y desarrollo del currículo para la formación de los alumnos de preescolar, primaria y secundaria;* coloca en el centro del acto educativo al alumno, al logro de los aprendizajes, a los Estándares Curriculares establecidos por periodos escolares, y favorece el desarrollo de competencias que les permitirán alcanzar el perfil de egreso de la Educación Básica.

---

* En los programas de estudio 2011 de educación preescolar, primaria y secundaria, la Secretaría de Educación Pública emplea los términos: niño(s), adolescentes, jóvenes, alumno(s), educadora(s), maestro(s) y docente(s), haciendo referencia a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones y planteamientos curriculares encaminados a consolidar la equidad de género.

La RIEB culmina un ciclo de reformas curriculares en cada uno de los tres niveles que integran la Educación Básica, que inició en 2004 con la Reforma de Educación Preescolar, continuó en 2006 con la de Educación Secundaria y en 2009 con la de Educación Primaria, y consolida este proceso aportando una propuesta formativa pertinente, significativa, congruente, orientada al desarrollo de competencias y centrada en el aprendizaje de las y los estudiantes.

La Reforma de la Educación Secundaria se sustenta en numerosas acciones, entre ellas: consultas a diversos actores, publicación de materiales, foros, encuentros, talleres, reuniones nacionales, y seguimiento a las escuelas; se inició en el ciclo escolar 2004-2005, con la etapa de prueba en aula en 127 escuelas secundarias, de las cuales se obtuvieron opiniones y sugerencias que permitieron fortalecer los programas.

La consolidación de la Reforma en Educación Secundaria ha planteado grandes desafíos a los docentes y al personal directivo. El avance en este proceso de cambio –y tomando en cuenta las opiniones y sugerencias del personal docente y directivo, derivadas de su experiencia al aplicar los programas de estudio 2006– requirió introducir modificaciones específicas para contar hoy día con un currículo actualizado, congruente, relevante, pertinente y articulado en relación con los niveles que le anteceden (preescolar y primaria), sin alterar sus postulados y características esenciales; en este sentido, al proceso se le da continuidad.

La acción de los docentes es un factor clave pues son quienes generan ambientes propicios para el aprendizaje, plantean situaciones didácticas y buscan motivos diversos para despertar el interés de los alumnos e involucrarlos en actividades que les permitan avanzar en el desarrollo de sus competencias.

La RIEB reconoce, como punto de partida, una proyección de lo que es el país hacia lo que queremos que sea, mediante el esfuerzo educativo, y asume que la Educación Básica sienta las bases de lo que los mexicanos buscamos entregar a nuestros hijos; no cualquier México, sino el mejor posible.

La Secretaría de Educación Pública valora la participación de docentes, directivos, asesores técnico-pedagógicos, madres y padres de familia, y toda la sociedad, en el desarrollo del proceso educativo, por lo que les invita a ponderar y respaldar los aportes de los Programas de estudio 2011 de Educación Secundaria, en el desarrollo de las niñas, los niños y los adolescentes de nuestro país.

Propósitos

Propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación Básica

Mediante el estudio de las Matemáticas en la Educación Básica se pretende que los niños y adolescentes:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria

En esta fase de su educación, como resultado del estudio de las Matemáticas, se espera que los alumnos:

- Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.
- Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.
- Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.
- Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.
- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.
- Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.
- Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes.

Estándares de Matemáticas

Los Estándares Curriculares de Matemáticas presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática.

Se organizan en:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico
2. Forma, espacio y medida
3. Manejo de la información
4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas

Su progresión debe entenderse como:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
- Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
- Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.

Cuarto periodo escolar, al concluir el tercer grado de secundaria, entre 14 y 15 años de edad

En este periodo los estándares están organizados en tres ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, y Manejo de la información.

Al egresar del nivel de secundaria, los estudiantes saben efectuar cálculos con expresiones algebraicas, cuyos coeficientes sean números racionales, formulan ecuaciones o funciones para resolver problemas, calculan volúmenes y resuelven problemas geométricos con apoyo de las propiedades de las figuras y cuerpos. Calculan porcentajes y probabilidades de eventos simples o compuestos, y comunican e interpretan información mediante el uso de diferentes tipos de gráficas.

En este periodo se continúa promoviendo el desarrollo de actitudes y valores que son parte esencial de la competencia matemática y que son el resultado de la metodología didáctica que se propone para estudiar matemáticas.

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico

Este eje temático se subdivide en cuatro temas:

1.1. Números y sistemas de numeración.
1.2. Problemas aditivos.
1.3. Problemas multiplicativos.
1.4. Patrones y ecuaciones.

Los Estándares Curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

1.1.1. Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.
1.1.2. Resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.

1.2.1. Resuelve problemas aditivos que impliquen efectuar cálculos con expresiones algebraicas.

1.3.1. Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.

1.4.1. Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.

1.4.2. Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.

2. Forma, espacio y medida

Este eje temático se subdivide en dos temas:

2.1. Figuras y cuerpos.
2.2. Medida.

Los Estándares Curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

2.1.1. Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa, y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
2.1.2. Utiliza la regla y el compás para realizar diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera.
2.1.3. Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

2.2.1. Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
2.2.2. Determina la medida de diversos elementos del círculo, como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.
2.2.3. Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.

3. Manejo de la información

Este eje temático se subdivide en los siguientes temas:

3.1. Proporcionalidad y funciones.
3.2. Nociones de probabilidad.
3.3. Análisis y representación de datos.

Los Estándares Curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

3.1.1. Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.

3.1.2. Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.

3.2.1. Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.

3.3.1. Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.

4. Actitudes hacia el estudio de las matemáticas

Al término de la Educación Básica, el alumno:

4.1. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
4.2. Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
4.3. Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
4.4. Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.

Enfoque didáctico

La formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende en gran parte de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la Educación Básica. La experiencia que vivan los alumnos al estudiar matemáticas en la escuela puede traer como consecuencias: el gusto o el rechazo por ellas, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos según el criterio del docente.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.

Los avances logrados en el campo de la didáctica de la matemática en los últimos años dan cuenta del papel determinante que desempeña *el medio*, entendido como la situación o las situaciones problemáticas que hacen pertinente el uso de las herramientas matemáticas que se pretenden estudiar, así como los procesos que siguen los alumnos para construir conocimientos y superar las dificultades que surgen en el pro-

ceso de aprendizaje. Toda situación problemática presenta obstáculos; sin embargo, la solución no puede ser tan sencilla que quede fija de antemano, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe construirse en el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que usar al menos una. Para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten *entrar* en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación.

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar para solucionar problemas y reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos de estudio se apoya más en el razonamiento que en la memorización; sin embargo, esto no significa que los ejercicios de práctica o el uso de la memoria para guardar ciertos datos, como la transformación de fracciones a su expresión decimal o los productos y cocientes de dos números enteros no se recomienden; al contrario, estas fases son necesarias para que los alumnos puedan invertir en problemas más complejos.

A partir de esta propuesta, los alumnos y el docente se enfrentan a nuevos retos que reclaman actitudes distintas frente al conocimiento matemático e ideas diferentes sobre lo que significa enseñar y aprender. No se trata de que el docente busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces.

Es posible que el planteamiento de ayudar a los alumnos a estudiar matemáticas, con base en actividades de estudio sustentadas en situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas, resultará extraño para muchos docentes compenetrados con la idea de que su papel es enseñar, en el sentido de transmitir información. Sin embargo, vale la pena intentarlo, ya que abre el camino para experimentar un cambio radical en el ambiente del salón de clases; se notará que los alumnos piensan, comentan, discuten con interés y aprenden, mientras que el docente revalora su trabajo. Este escenario no está exento de contrariedades, y para llegar a él hay que estar dispuesto a superar grandes desafíos, como:

a) Lograr que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean, mientras el docente observa y cuestiona

a los equipos de trabajo, tanto para conocer los procedimientos y argumentos que se ponen en práctica como para aclarar ciertas dudas, destrabar procesos y lograr que los alumnos puedan avanzar. Aunque, al principio, habrá desconcierto de los alumnos y del docente, vale la pena insistir en que sean los primeros quienes encuentren las soluciones. Pronto se empezará a notar un ambiente distinto en el salón de clases; es decir, los alumnos compartirán sus ideas, habrá acuerdos y desacuerdos, se expresarán con libertad y no habrá duda de que reflexionan en torno al problema que tratan de resolver.

b) Acostumbrarlos a leer y analizar los enunciados de los problemas. Leer sin entender es una deficiencia muy común, cuya solución no corresponde sólo a la comprensión lectora de la asignatura de Español. Muchas veces los alumnos obtienen resultados diferentes que no por ello son incorrectos, sino que corresponden a una interpretación distinta del problema; por lo tanto, es necesario averiguar cómo interpretan la información que reciben de manera oral o escrita.

c) Lograr que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa. Es importante porque ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, ya que desarrollan la actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. Sin embargo, la actitud para trabajar de manera colaborativa debe fomentarse por los docentes, quienes deben insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de realizar, no de manera individual sino colectiva; por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier integrante del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que utilizó.

d) Saber aprovechar el tiempo de la clase. Se suele pensar que si se pone en práctica el enfoque didáctico, que consiste en plantear problemas a los alumnos para que los resuelvan con sus propios medios, discutan y analicen sus procedimientos y resultados, no alcanza el tiempo para concluir el programa; por lo tanto, se decide continuar con el esquema tradicional en el cual el docente "da la clase", mientras los alumnos escuchan aunque no comprendan. La experiencia muestra que esta decisión conduce a tener que repetir, en cada grado escolar, mucho de lo que aparentemente se había aprendido; de manera que es más provechoso dedicar el tiempo necesario para que los alumnos adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo.

e) Superar el temor a no entender cómo piensan los alumnos. Cuando el docente explica cómo se solucionan los problemas y los alumnos tratan de reproducir las explicaciones al resolver algunos ejercicios, se puede decir que la situación está bajo control.

> Difícilmente surgirá en la clase algo distinto a lo que el docente ha explicado, incluso muchas veces los alumnos manifiestan cierto temor de hacer algo diferente a lo que hizo el docente. Sin embargo, cuando éste plantea un problema y lo deja en manos de los alumnos, sin explicación previa de cómo se resuelve, usualmente surgen procedimientos y resultados diferentes, que son producto de cómo piensan los alumnos y de lo que saben hacer. Ante esto, el verdadero desafío para los docentes consiste en ayudarlos a analizar y socializar lo que ellos mismos produjeron.

Este rol es la esencia del trabajo docente como profesional de la educación en la enseñanza de las Matemáticas. Ciertamente reclama un conocimiento profundo de la didáctica de esta asignatura que "se hace al andar", poco a poco, pero es lo que puede convertir a la clase en un espacio social de construcción de conocimiento.

Con el enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado, como saber calcular el volumen de cilindros o resolver problemas que implican el uso de ecuaciones; asimismo, un ambiente de trabajo que brinda a los alumnos, por ejemplo, la oportunidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, a formular argumentos, a emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a usar el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas.

Estos aprendizajes adicionales no se dan de manera espontánea, independientemente de cómo se estudia y se aprende la matemática. Por ejemplo, no se puede esperar que los alumnos aprendan a formular argumentos si no se delega en ellos la responsabilidad de averiguar si los procedimientos o resultados, propios y de otros, son correctos o incorrectos. Dada su relevancia para la formación de los alumnos, y siendo coherentes con la definición de competencia que se plantea en el Plan de estudios, en los programas de Matemáticas se utiliza el concepto de *competencia matemática* para designar a cada uno de estos aspectos; en tanto que al formular argumentos, por ejemplo, se hace uso de conocimientos y habilidades, pero también entran en juego las actitudes y los valores, como aprender a escuchar a los demás y respetar las ideas de otros.

Competencias matemáticas

A continuación se describen cuatro competencias, cuyo desarrollo es importante durante la Educación Básica.

Competencias matemáticas
Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean los alumnos quienes planteen las preguntas. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.
Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan nexos entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.
Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal.
Manejar técnicas eficientemente. Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Muchas veces el manejo eficiente o deficiente de técnicas establece la diferencia entre quienes resuelven los problemas de manera óptima y quienes alcanzan una solución incompleta o incorrecta. Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el manejo eficiente de una técnica es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos; así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas.

Organización de los aprendizajes

La asignatura de Matemáticas se organiza para su estudio en tres niveles de desglose. El primero corresponde a los ejes, el segundo a los temas y el tercero a los contenidos. Para primaria y secundaria se consideran tres ejes, que son: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, y Manejo de la información.

Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:

- La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético o algebraico.
- La generalización de propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra.
- La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

Forma, espacio y medida integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación secundaria:

- La exploración de características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.
- La generación de condiciones para un trabajo con características deductivas.
- La justificación de las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico.

Manejo de la información incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informada, de manera que se orienta hacia:

- La búsqueda, la organización, el análisis y la presentación de información para responder preguntas.
- El uso eficiente de la herramienta aritmética o algebraica que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
- El conocimiento de los principios básicos de la aleatoriedad.

En este eje se incluye la proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón.

¿Por qué ejes y no ámbitos en el caso de Matemáticas? Porque un eje se refiere, entre otras cosas, a la dirección o rumbo de una acción. Al decir *sentido numérico y pensamiento algebraico*, por ejemplo, se quiere destacar que lo que dirige el estudio de aritmética y álgebra (que son ámbitos de la matemática) es el desarrollo del sentido numérico y del pensamiento algebraico, lo cual implica que los alumnos sepan utilizar los números y las operaciones en distintos contextos, y tengan la posibilidad de modelizar situaciones y resolverlas; es decir, que puedan expresarlas en lenguaje matemático, efectuar los cálculos necesarios y obtener un resultado que cumpla con las condiciones establecidas.

De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y para cada uno hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. Los temas son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos), y varios grados o incluso niveles de escolaridad. En el caso de la educación secundaria se consideran nueve temas, y la mayoría inicia desde la educación primaria. Dichos temas son: Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos, Problemas multiplicativos, Patrones y ecuaciones, Figuras y cuerpos, Medida, Proporcionalidad y funciones, Nociones de probabilidad, y Análisis y representación de datos.

Los contenidos son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere de entre dos y cinco sesiones de clase. El tiempo de estudio hace referencia a la fase de reflexión, análisis, aplicación y construcción del conocimiento en cuestión, pero además hay un tiempo más largo en el que se usa este conocimiento, se relaciona con otros conocimientos y se consolida para constituirse en saber o saber hacer.

Además de los ejes, temas y contenidos, existe un elemento más que forma parte de la estructura de los programas que son los *aprendizajes esperados* y se enuncian en la primera columna de cada bloque temático. Estos aprendizajes señalan, de manera sintética, los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben alcanzar como resultado del estudio de varios contenidos, incluidos o no en el bloque en cuestión. Los aprendizajes esperados no se corresponden uno a uno con los contenidos del bloque debido a que estos últimos constituyen procesos de estudio que en algunos casos trascienden el bloque e incluso el grado, mientras que los aprendizajes espera-

dos son saberes que se construyen como resultado de los procesos de estudio mencionados. Ejemplos claros son los aprendizajes esperados que se refieren al uso de los algoritmos convencionales de las operaciones, que tienen como sustrato el estudio de varios contenidos que no se reflejan como aprendizajes esperados.

Aunque no todos los contenidos se reflejan como aprendizajes esperados, es importante estudiarlos todos para garantizar que los alumnos vayan encontrando sentido a lo que aprenden y puedan emplear diferentes recursos, de lo contrario se corre el riesgo de que lleguen a utilizar técnicas sin saber por qué o para qué sirven.

En los cinco bloques que comprende cada programa, los contenidos se organizaron de tal manera que los alumnos vayan accediendo a ideas y recursos matemáticos cada vez más complejos, a la vez que puedan relacionar lo que ya saben con lo que están por aprender. Sin embargo, es probable que haya otros criterios para establecer la secuenciación y, por lo tanto, los contenidos no tienen un orden rígido.

Como se observa en las siguientes tablas, en todos los bloques se incluyen contenidos de los tres ejes, lo que tiene dos finalidades importantes; la primera es que los temas se estudien simultáneamente a lo largo del curso, evitando así que algunos sólo aparezcan al final del programa, con alta probabilidad de que no se estudien; la segunda es que pueda vincularse el estudio de temas que corresponden a diferentes ejes, para lograr que los alumnos tengan una visión global de la matemática.

Primer grado

Bloque I

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	**Ejes**		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	**Forma, espacio y medida**	**Manejo de la información**
• Convierte números fraccionarios a decimales y viceversa. • Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica. • Representa sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa.	**Números y sistemas de numeración** • Conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa. • Representación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación. **Problemas aditivos** • Resolución y planteamiento de problemas que impliquen más de una operación de suma y resta de fracciones. **Patrones y ecuaciones** • Construcción de sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada en lenguaje común. Formulación en lenguaje común de expresiones generales que definen las reglas de sucesiones con progresión aritmética o geométrica, de números y de figuras. • Explicación del significado de fórmulas geométricas, al considerar las literales como números generales con los que es posible operar.	**Figuras y cuerpos** • Trazo de triángulos y cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría. • Trazo y análisis de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo.	**Proporcionalidad y funciones** • Resolución de problemas de reparto proporcional. **Nociones de probabilidad** • Identificación y práctica de juegos de azar sencillos y registro de los resultados. Elección de estrategias en función del análisis de resultados posibles.

Bloque II

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Resuelve problemas utilizando el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. • Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros.	**Números y sistemas de numeración** • Formulación de los criterios de divisibilidad entre 2, 3 y 5. Distinción entre números primos y compuestos. • Resolución de problemas que impliquen el cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. **Problemas aditivos** • Resolución de problemas aditivos en los que se combinan números fraccionarios y decimales en distintos contextos, empleando los algoritmos convencionales. **Problemas multiplicativos** • Resolución de problemas que impliquen la multiplicación y división con números fraccionarios en distintos contextos, utilizando los algoritmos usuales.	**Figuras y cuerpos** • Resolución de problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo. **Medida** • Justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras.	**Proporcionalidad y funciones** • Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.

Bloque III

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	**Ejes**		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	**Forma, espacio y medida**	**Manejo de la información**
• Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con fracciones y números decimales. • Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de las formas: $x + a = b$; $ax = b$ y $ax + b = c$, donde *a*, *b* y *c* son números naturales y/o decimales. • Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras.	**Problemas multiplicativos** • Resolución de problemas que impliquen la multiplicación de números decimales en distintos contextos, utilizando el algoritmo convencional. • Resolución de problemas que impliquen la división de números decimales en distintos contextos, utilizando el algoritmo convencional. **Patrones y ecuaciones** • Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $x + a = b$; $ax = b$; $ax + b = c$, utilizando las propiedades de la igualdad, con *a*, *b* y *c* números naturales, decimales o fraccionarios.	**Figuras y cuerpos** • Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones (medida de un lado, del ángulo interno, ángulo central). Análisis de la relación entre los elementos de la circunferencia y el polígono inscrito en ella. **Medida** • Resolución de problemas que impliquen calcular el perímetro y el área de polígonos regulares.	**Proporcionalidad y funciones** • Formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas. **Nociones de probabilidad** • Anticipación de resultados de una experiencia aleatoria, su verificación al realizar el experimento y su registro en una tabla de frecuencias. **Análisis y representación de datos** • Lectura y comunicación de información mediante el uso de tablas de frecuencia absoluta y relativa.

Bloque IV

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Construye círculos y polígonos regulares que cumplan con ciertas condiciones establecidas. • Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información.	**Números y sistemas de numeración** • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la utilización de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos.	**Figuras y cuerpos** • Construcción de círculos a partir de diferentes datos (el radio, una cuerda, tres puntos no alineados, etc.) o que cumplan condiciones dadas. **Medida** • Justificación de la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo (gráfica y algebraicamente). Explicitación del número π (pi) como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro.	**Proporcionalidad y funciones** • Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios. • Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala. **Nociones de probabilidad** • Resolución de problemas de conteo mediante diversos procedimientos. Búsqueda de recursos para verificar los resultados. **Análisis y representación de datos** • Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada.

Bloque V

COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
APRENDIZAJES ESPERADOS	EJES		
	SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
• Resuelve problemas aditivos que implican el uso de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos. • Resuelve problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada y potencias de números naturales y decimales. • Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante", en los que la razón interna o externa es un número fraccionario.	PROBLEMAS ADITIVOS • Resolución de problemas que implican el uso de sumas y restas de números enteros. PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS • Uso de la notación científica para realizar cálculos en los que intervienen cantidades muy grandes o muy pequeñas. • Resolución de problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada (diferentes métodos) y la potencia de exponente natural de números naturales y decimales. PATRONES Y ECUACIONES • Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética.	MEDIDA • Uso de las fórmulas para calcular el perímetro y el área del círculo en la resolución de problemas.	PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES • Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.

Segundo grado

Bloque I

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Resuelve problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica. • Resuelve problemas que impliquen calcular el área y el perímetro del círculo. • Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: Porcentaje = cantidad base × tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos. • Compara cualitativamente la probabilidad de eventos simples.	**Problemas multiplicativos** • Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros. • Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo.	**Figuras y cuerpos** • Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos. • Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones. **Medida** • Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides.	**Proporcionalidad y funciones** • Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa. • Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos. **Nociones de probabilidad** • Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: “es más probable que…”, “es menos probable que…”. **Análisis y representación de datos** • Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos.

Bloque II

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Resuelve problemas aditivos con monomios y polinomios. • Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos.	**Problemas aditivos** • Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios. • Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios. **Problemas multiplicativos** • Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos.	**Medida** • Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. • Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.	**Proporcionalidad y funciones** • Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos. **Nociones de probabilidad** • Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de ésta con la probabilidad teórica.

Bloque III

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas. • Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas. • Resuelve problemas que implican usar la relación entre unidades cúbicas y unidades de capacidad. • Lee y comunica información mediante histogramas y gráficas poligonales.	**Problemas multiplicativos** • Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios. • Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios.	**Figuras y cuerpos** • Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono. • Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano. **Medida** • Relación entre el decímetro cúbico y el litro. Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales. Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y algunas unidades socialmente conocidas, como barril, quilates, quintales, etcétera.	**Proporcionalidad y funciones** • Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación. **Análisis y representación de datos** • Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia), según el caso y análisis de la información que proporcionan. • Análisis de propiedades de la media y mediana.

Bloque IV

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Representa sucesiones de números enteros a partir de una regla dada y viceversa. • Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma: $ax + b = cx + d$, donde los coeficientes son números enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos. • Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas. • Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media y la mediana.	**Patrones y ecuaciones** • Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros. • Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos.	**Medida** • Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones.	**Proporcionalidad y funciones** • Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano. • Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$. **Análisis y representación de datos** • Resolución de situaciones de medias ponderadas.

Bloque V

<table>
<tr><td colspan="4">Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Aprendizajes esperados</th><th colspan="3">Ejes</th></tr>
<tr><th>Sentido numérico y pensamiento algebraico</th><th>Forma, espacio y medida</th><th>Manejo de la información</th></tr>
<tr>
<td>• Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

• Construye figuras simétricas respecto de un eje e identifica las propiedades de la figura original que se conservan.

• Resuelve problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, como: ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares.

• Explica la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica.</td>
<td>Patrones y ecuaciones
• Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución).
• Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema.</td>
<td>Figuras y cuerpos
• Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras como: triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos.

Medida
• Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona.</td>
<td>Proporcionalidad y funciones
• Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.
• Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente.

Nociones de probabilidad
• Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio.</td>
</tr>
</table>

Tercer grado

Bloque I

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Explica la diferencia entre eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.	**Patrones y ecuaciones** • Resolución de problemas que impliquen el uso de ecuaciones cuadráticas sencillas, utilizando procedimientos personales u operaciones inversas.	**Figuras y cuerpos** • Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades. • Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.	**Proporcionalidad y funciones** • Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas) que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad. • Representación tabular y algebraica de relaciones de variación cuadrática, identificadas en diferentes situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas. **Nociones de probabilidad** • Conocimiento de la escala de la probabilidad. Análisis de las características de eventos complementarios y eventos mutuamente excluyentes e independientes. **Análisis y representación de datos** • Diseño de una encuesta o un experimento e identificación de la población en estudio. Discusión sobre las formas de elegir el muestreo. Obtención de datos de una muestra y búsqueda de herramientas convenientes para su presentación.

Bloque II

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	**Ejes**		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	**Forma, espacio y medida**	**Manejo de la información**
• Explica el tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) que se aplica a una figura para obtener la figura transformada. Identifica las propiedades que se conservan. • Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras.	**Patrones y ecuaciones** • Uso de ecuaciones cuadráticas para modelar situaciones y resolverlas usando la factorización.	**Figuras y cuerpos** • Análisis de las propiedades de la rotación y de la traslación de figuras. • Construcción de diseños que combinan la simetría axial y central, la rotación y la traslación de figuras. **Medida** • Análisis de las relaciones entre las áreas de los cuadrados que se construyen sobre los lados de un triángulo rectángulo. • Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.	**Nociones de probabilidad** • Cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes y de eventos complementarios (regla de la suma).

Bloque III

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
• Resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado. • Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.	**Patrones y ecuaciones** • Resolución de problemas que implican el uso de ecuaciones cuadráticas. Aplicación de la fórmula general para resolver dichas ecuaciones.	**Figuras y cuerpos** • Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas. • Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales. • Aplicación de la semejanza en la construcción de figuras homotéticas.	**Proporcionalidad y funciones** • Lectura y construcción de gráficas de funciones cuadráticas para modelar diversas situaciones o fenómenos. • Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera. **Nociones de probabilidad** • Cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).

Bloque IV

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	**Ejes**		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	**Forma, espacio y medida**	**Manejo de la información**
• Utiliza en casos sencillos expresiones generales cuadráticas para definir el enésimo término de una sucesión. • Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. • Calcula y explica el significado del rango y la desviación media.	**Patrones y ecuaciones** • Obtención de una expresión general cuadrática para definir el enésimo término de una sucesión.	**Figuras y cuerpos** • Análisis de las características de los cuerpos que se generan al girar sobre un eje, un triángulo rectángulo, un semicírculo y un rectángulo. Construcción de desarrollos planos de conos y cilindros rectos. **Medida** • Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente. • Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo. • Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.	**Proporcionalidad y funciones** • Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa. **Análisis y representación de datos** • Medición de la dispersión de un conjunto de datos mediante el promedio de las distancias de cada dato a la media (desviación media). Análisis de las diferencias de la “desviación media” con el “rango” como medidas de la dispersión.

Bloque V

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
Aprendizajes esperados	**Ejes**		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	**Forma, espacio y medida**	**Manejo de la información**
• Resuelve y plantea problemas que involucran ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones y ecuaciones de segundo grado. • Resuelve problemas que implican calcular el volumen de cilindros y conos o cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas que se utilicen. Anticipa cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones. • Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas. • Resuelve problemas que implican calcular la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.	**Patrones y ecuaciones** • Resolución de problemas que implican el uso de ecuaciones lineales, cuadráticas o sistemas de ecuaciones. Formulación de problemas a partir de una ecuación dada.	**Medida** • Análisis de las secciones que se obtienen al realizar cortes a un cilindro o a un cono recto. Cálculo de las medidas de los radios de los círculos que se obtienen al hacer cortes paralelos en un cono recto. • Construcción de las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos, tomando como referencia las fórmulas de prismas y pirámides. • Estimación y cálculo del volumen de cilindros y conos o de cualquiera de las variables implicadas en las fórmulas.	**Proporcionalidad y funciones** • Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades. **Nociones de probabilidad** • Análisis de las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.

Guía para el Maestro

INTRODUCCIÓN

A las maestras y los maestros de México:

Para la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública es un gusto presentarles la *Guía para el Maestro*, una herramienta innovadora de acompañamiento en la implementación de la Reforma Integral de la Educación Básica. Su finalidad es ofrecer orientaciones pedagógicas y didácticas que guíen la labor del docente en el aula.

Como es de su conocimiento, la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) concluye su generalización en el ciclo escolar 2011-2012, en este mismo periodo comenzamos una nueva fase de consolidación. Como toda reforma se ha transitado de un periodo de innovación y prueba a otro de consolidación y mejora continua. En esta fase se introducen en los programas de estudio estándares curriculares y nuevos aprendizajes esperados, los cuales implicarán nuevos retos y desafíos para el profesorado; la Subsecretaría ha diseñado diversas estrategias que les brindarán herramientas y acompañamiento.

En la puesta en marcha de los nuevos programas de estudio, ustedes son parte fundamental para concretar sus resultados a través de la valoración acerca de la relevancia de la práctica docente, centrada en el aprendizaje de sus alumnos.

Este documento forma parte del acompañamiento, al ofrecer información y propuestas específicas que contribuyan a comprender el enfoque y los propósitos de esta Reforma.

El contenido está organizado en diferentes apartados que explican la orientación de las asignaturas, la importancia y función de los estándares por periodos, y su vinculación con los aprendizajes esperados, todos ellos elementos sustantivos en la articulación de la Educación Básica.

Las Guías presentan explicaciones sobre la organización del aprendizaje, con énfasis en el diseño de ambientes de aprendizaje y la gestión del aula.

Como parte fundamental de la acción educativa en el desarrollo de competencias se consideran los procesos de planificación y evaluación, los cuales requieren ser trabajados de manera sistémica e integrada. La evaluación desde esta perspectiva contribuye a una mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje atendiendo a criterios de inclusión y equidad.

En el último apartado se ofrecen situaciones de aprendizaje que constituyen opciones de trabajo en el aula. Representan un ejemplo que puede enriquecerse a partir de sus conocimientos y experiencia.

Estas Guías presentan propuestas que orientan el trabajo de vinculación con otras asignaturas para abordar temas de interés prioritario para la sociedad actual, así como fuentes de información que contribuyan a ampliar sus conocimientos.

Para ejemplificar lo anterior, uno de los temas más innovadores en esta propuesta curricular es la introducción de estándares curriculares para las asignaturas de Español, Matemáticas, Ciencias, Habilidades Digitales para Todos (HDT) e Inglés, por lo que habrá referencias para ellos en las orientaciones pedagógicas y didácticas, explicando su uso, función y vinculación con los aprendizajes esperados, además de su importancia para la evaluación en los cuatro periodos que se han considerado para ello; tercero de preescolar, tercero y sexto de primaria y tercero de secundaria.

Por las aportaciones a su función educativa y a la comprensión de los nuevos enfoques del Plan de Estudios 2011, los invitamos a hacer una revisión exhaustiva de este documento, a discutirlo en colegiado, pero ante todo a poner en práctica las sugerencias planteadas en estas Guías.

Articulación de la Educación Básica

La RIEB forma parte de una visión de construcción social de largo alcance, como podemos observar en el Proyecto de Acuerdo por el que se establece la Articulación de la Educación Básica:

> *…. Desde la visión de las autoridades educativas federales y locales, en este momento resulta prioritario articular estos esfuerzos en una política pública integral capaz de responder, con oportunidad y pertinencia, a las transformaciones, necesidades y aspiraciones de niñas, niños y jóvenes, y de la sociedad en su conjunto, con una perspectiva abierta durante los próximos 20 años; es decir, con un horizonte hacia 2030 que oriente el proyecto educativo de la primera mitad del siglo XXI.*

SEP, Proyecto de Acuerdo por el que se establece la Articulación de la Educación *Básica,* México, 2011.

A fin de integrar un currículo que comprende 12 años para la Educación Básica, se definió como opción metodológica el establecimiento de campos de formación que organizan, regulan y articulan los espacios curriculares; poseen un carácter interactivo entre sí y son congruentes con las competencias para la vida y los rasgos del perfil de egreso.

En cada campo de formación se manifiestan los procesos graduales del aprendizaje, de manera continua e integral; consideran aspectos importantes relacionados con la formación de la ciudadanía, la vida en sociedad, la identidad nacional, entre otros.

En el nivel preescolar el campo formativo se refiere a los espacios curriculares que conforman este nivel.

Campos de formación para la Educación Básica y sus finalidades

- Lenguaje y comunicación. Desarrolla competencias comunicativas y de lectura en los estudiantes a partir del trabajo con los diversos usos sociales del lenguaje, en la práctica comunicativa de los diferentes contextos. Se busca desarrollar competencias de lectura y de argumentación de niveles complejos al finalizar la Educación Básica.
- Pensamiento matemático. Desarrolla el razonamiento para la solución de problemas, en la formulación de argumentos para explicar sus resultados y en el diseño de estrategias y procesos para la toma de decisiones.
- Exploración y comprensión del mundo natural y social. Integra diversos enfoques disciplinares relacionados con aspectos biológicos, históricos, sociales, políticos, económicos, culturales, geográficos y científicos. Constituye la base de la formación del pensamiento científico e histórico, basado en evidencias y métodos de aproximación a los distintos fenómenos de la realidad. Se trata de conocernos a nosotros y al mundo en toda su complejidad y diversidad.
- Desarrollo personal y para la convivencia. Integra diversos enfoques disciplinares relacionados con las Ciencias Sociales, las Humanidades, las Ciencias y la Psicología, e integra a la Formación Cívica y Ética, la Educación Artística y la Educación Física, para un desarrollo más pleno e integral de las personas. Se trata de que

> los estudiantes aprendan a actuar con juicio crítico a favor de la democracia, la libertad, la paz, el respeto a las personas, a la legalidad y a los derechos humanos. También significa formar para la convivencia, entendida ésta como la construcción de relaciones interpersonales de respeto mutuo, de solución de conflictos a través del diálogo, así como la educación de las emociones para formar personas capaces de interactuar con otros, de expresar su afectividad, su identidad personal y, desarrollar su conciencia social.

La Reforma en marcha es un proceso que se irá consolidando en los próximos años, entre las tareas que implica destacan: la articulación paulatina de los programas de estudio con los libros de texto, el desarrollo de materiales complementarios, el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) para el desarrollo de portales educativos y la generación de procesos de alta especialización docente en los que será imprescindible su participación.

El enfoque de competencias para la vida y los periodos en la Educación Básica

Las reformas curriculares de los niveles preescolar (2004), secundaria (2006) y primaria (2009) que concluyen con el Plan de Estudios para la Educación Básica 2011, representan un esfuerzo sostenido y orientado hacia una propuesta de formación integral de los alumnos, cuya finalidad es el desarrollo de competencias para la vida, lo cual significa que la escuela y los docentes, a través de su intervención y compromiso, generen las condiciones necesarias para contribuir de manera significativa a que los niños y jóvenes sean capaces de resolver situaciones problemáticas que les plantea su vida y su entorno, a partir de la interrelación de elementos conceptuales, factuales, procedimentales y actitudinales para la toma de decisiones sobre la elección y aplicación de estrategias de actuación oportunas y adecuadas, que atiendan a la diversidad y a los procesos de aprendizaje de los niños.

El desarrollo de competencias para la vida demanda generar estrategias de intervención docente, de seguimiento y de evaluación de manera integrada y compartida

al interior de la escuela y con los diferentes niveles de Educación Básica, acerca de la contribución de cada uno de ellos para el logro de las competencias.

Es importante tener presente que el desarrollo de una competencia no constituye el contenido a abordar, tampoco se alcanza en un solo ciclo escolar; su logro es resultado de la intervención de todos los docentes que participan en la educación básica de los alumnos, por lo tanto las cinco competencias para la vida establecidas en el Plan de Estudios para la Educación Básica 2011 son el resultado del logro de los aprendizajes esperados a desarrollar durante los 12 años que conforman el preescolar, la primaria y la secundaria. Por lo anterior, es necesario generar las condiciones para impulsar un proceso de diálogo y colaboración entre los docentes de estos niveles educativos, a fin de compartir criterios e intercambiar ideas y reflexiones sobre los procesos de aprendizaje de los estudiantes y sobre las formas colectivas de intervención que pueden realizarse para contribuir al logro educativo.

El grado de dominio de una competencia implica que el docente observe el análisis que hace el alumno de una situación problemática, los esquemas de actuación que elige y que representan la interrelación de actitudes que tiene; los procedimientos que domina y la serie de conocimientos que pone en juego para actuar de manera competente. Ante este reto es insoslayable que los maestros junto con sus estudiantes, desarrollen competencias que les permitan un cambio en la práctica profesional, en el que la planificación, la evaluación y las estrategias didácticas estén acordes a los nuevos enfoques de enseñanza propuestos en los Planes de Estudio 2011.

Orientaciones pedagógicas y didácticas para la Educación Básica

Cumplir con los principios pedagógicos del presente Plan de Estudios 2011 para la Educación Básica, requiere de los docentes una intervención centrada en:

- El aprendizaje de los alumnos, lo cual implica reconocer cómo aprenden y considerarlo al plantear el proceso de enseñanza.
- Generar condiciones para la inclusión de los alumnos, considerando los diversos contextos familiares y culturales, así como la expresión de distintas formas de

pensamiento, niveles de desempeño, estilos y ritmos de aprendizaje.

- Propiciar esquemas de actuación docente para favorecer el desarrollo de competencias en los alumnos a partir de condiciones que permitan la conjunción de saberes y su aplicación de manera estratégica en la resolución de problemas.
- Aplicar estrategias diversificadas para atender de manera pertinente los requerimientos educativos que le demanden los distintos contextos de la población escolar.
- Promover ambientes de aprendizaje que favorezcan el logro de los aprendizajes esperados, la vivencia de experiencias y la movilización de saberes.

a) Planificación de la práctica docente

La planificación es un proceso fundamental en el ejercicio docente ya que contribuye a plantear acciones para orientar la intervención del maestro hacia el desarrollo de competencias, al realizarla conviene tener presente que:

- Los aprendizajes esperados y los estándares curriculares son los referentes para llevarla a cabo.
- Las estrategias didácticas deben articularse con la evaluación del aprendizaje.
- Se deben generar ambientes de aprendizaje lúdicos y colaborativos que favorezcan el desarrollo de experiencias de aprendizaje significativas.
- Las estrategias didácticas deben propiciar la movilización de saberes y llevar al logro de los aprendizajes esperados de manera continua e integrada.
- Los procesos o productos de la evaluación evidenciarán el logro de los aprendizajes esperados y brindarán información que permita al docente la toma de decisiones sobre la enseñanza, en función del aprendizaje de sus alumnos y de la atención a la diversidad.
- Los alumnos aprenden conociendo y para favorecerlo es necesario involucrarlos en su proceso de aprendizaje.

Los Programas de Estudio correspondientes a la Educación Básica: preescolar,

primaria y secundaria constituyen en sí mismos un primer nivel de planificación, en tanto que contienen una descripción de lo que se va a estudiar y lo que se pretende que los alumnos aprendan en un tiempo determinado. Es necesario considerar que esto es una programación curricular de alcance nacional, y por tanto presenta las metas a alcanzar como país, atendiendo a su flexibilidad, éstas requieren de su experiencia como docente para hacerlas pertinentes y significativas en los diversos contextos y situaciones.

La ejecución de estos nuevos programas requiere una visión de largo alcance que le permita identificar en este Plan de Estudios de 12 años, cuál es la intervención que le demanda en el trayecto que le corresponde de la formación de sus alumnos, así como visiones parciales de acuerdo con los periodos de corte que habrá al tercero de preescolar, tercero y sexto de primaria y al tercero de secundaria.

El eje de la clase debe ser una actividad de aprendizaje que represente un desafío intelectual para el alumnado y que genere interés por encontrar al menos una vía de solución. Las producciones de los alumnos deben ser analizadas detalladamente por ellos mismos, bajo su orientación, en un ejercicio de auto y coevaluación para que con base en ese análisis se desarrollen ideas claras y se promueva el aprendizaje continuo. Los conocimientos previos de los estudiantes sirven como memoria de la clase para enfrentar nuevos desafíos y seguir aprendiendo, al tiempo que se corresponsabiliza al alumnado en su propio aprendizaje.

Este trabajo implica que como docentes se formulen expectativas sobre lo que se espera de los estudiantes, sus posibles dificultades y estrategias didácticas con base en el conocimiento de cómo aprenden. En el caso de que las expectativas no se cumplan, será necesario volver a revisar la actividad que se planteó y hacerle ajustes para que resulte útil.

Esta manera de concebir la planificación nos conduce a formular dos aspectos de la práctica docente: el diseño de actividades de aprendizaje y el análisis de dichas actividades, su aplicación y evaluación.

El diseño de actividades de aprendizaje requiere del conocimiento de qué se enseña y cómo se enseña en relación a cómo aprenden los alumnos, las posibilidades que tienen para acceder a los problemas que se les plantean y qué tan significativos son para el contexto en el que se desenvuelven. Diseñar actividades implica responder lo siguiente:

- ¿Qué situaciones resultarán interesantes y suficientemente desafiantes para que los alumnos indaguen, cuestionen, analicen, comprendan y reflexionen de manera integral sobre la esencia de los aspectos involucrados en este contenido?
- ¿Cuál es el nivel de complejidad que se requiere para la situación que se planteará?
- ¿Qué recursos son importantes para que los alumnos atiendan las situaciones que se van a proponer?
- ¿Qué aspectos quedarán a cargo del alumnado y cuáles es necesario explicar para que puedan avanzar?
- ¿De qué manera pondrán en práctica la movilización de saberes para lograr resultados?

El diseño de una actividad o de una secuencia de actividades requiere del intercambio de reflexiones y prácticas entre pares que favorezca la puesta en común del enfoque y la unificación de criterios para su evaluación.

Otro aspecto, se refiere a la puesta en práctica de la actividad en el grupo, en donde los ambientes de aprendizaje serán el escenario que genere condiciones para que se movilicen los saberes de los alumnos.

Una planificación útil para la práctica real en el salón de clase implica disponer de la pertinencia y lo significativo de la actividad que se va a plantear en relación con intereses y el contexto de los alumnos, conocer las expectativas en cuanto a sus actuaciones, las posibles dificultades y la forma de superarlas.

Los alcances de la actividad en el proceso de aprendizaje, así como de la reflexión constante que realice en su propia práctica docente implica replantearse continuamente conforme lo demande el aprendizaje de sus estudiantes.

b) Ambientes de aprendizaje

Son escenarios construidos para favorecer de manera intencionada las situaciones de aprendizaje. Generar situaciones en el aula, en la escuela y en el entorno, pues el hecho educativo no sólo tiene lugar en el salón de clases, sino fuera de él para promover la oportunidad de formación en otros escenarios presenciales y virtuales.

Sin embargo, el maestro es central en el aula para la generación de ambientes que favorezcan los aprendizajes al actuar como mediador diseñando situaciones de estudio centradas en el estudiante; generando situaciones motivantes y significativas para los alumnos, lo cual fomenta la autonomía para aprender, desarrollar el pensamiento crítico y creativo, así como el trabajo colaborativo. Es en este sentido, que le corresponde propiciar la comunicación, el diálogo y la toma de acuerdos, con y entre sus estudiantes, a fin de promover el respeto, la tolerancia, el aprecio por la pluralidad y la diversidad; asimismo, el ejercicio de los derechos y las libertades.

La escuela constituye un ambiente de aprendizaje bajo esta perspectiva, la cual asume la organización de espacios comunes, pues los entornos de aprendizaje no se presentan de manera espontánea, ya que media la intervención docente para integrarlos, construirlos y emplearlos como tales.

La convivencia escolar es el conjunto de relaciones interpersonales entre los miembros de una comunidad educativa y generan un determinado clima escolar. Los valores, las formas de organización, la manera de enfrentar los conflictos, la expresión de emociones, el tipo de protección que se brinda al alumnado y otros aspectos configuran en cada escuela un modo especial de convivir que influye en la calidad de los aprendizajes, en la formación del alumnado y en el ambiente escolar.

De igual manera, los ambientes de aprendizaje requieren brindar experiencias desafiantes, en donde los alumnos se sientan motivados por indagar, buscar sus propias respuestas, experimentar, aprender del error y construir sus conocimientos mediante el intercambio con sus pares.

En la construcción de ambientes de aprendizaje destacan los siguientes aspectos:

- La claridad respecto del propósito educativo que se quiere alcanzar o el aprendizaje que se busca construir con los alumnos.
- El enfoque de la asignatura, pues con base en él deben plantearse las actividades de aprendizaje en el espacio que estén al alcance y las interacciones entre los alumnos, de modo que se construya el aprendizaje.
- El aprovechamiento de los espacios y sus elementos para apoyar directa o indirectamente el aprendizaje, lo cual permite las interacciones entre los alumnos y el maestro; en este contexto cobran relevancia aspectos como: la historia del lugar, las prácticas y costumbres, las tradiciones, el carácter rural, semirural, indígena o urbano del lugar, el clima, la flora y fauna, entre otros.

Un ambiente de aprendizaje debe tomar en cuenta que las tecnologías de la información y la comunicación están cambiando radicalmente el entorno en el que los alumnos aprendían. En consecuencia, si antes podía usarse un espacio de la escuela, la comunidad y el aula como entorno de aprendizaje, ahora espacios distantes pueden ser empleados como parte del contexto de enseñanza.

Para aprovechar este nuevo potencial una de las iniciativas que corren en paralelo con la Reforma Integral de la Educación Básica, es la integración de aulas telemáticas, que son espacios escolares donde se emplean tecnologías de la información y la comunicación como mediadoras en los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Los materiales educativos, impresos, audiovisuales y digitales son recursos que al complementarse con las posibilidades que los espacios ofrecen propician la diversificación de los entornos de aprendizaje.

Asimismo, el hogar ofrece a los alumnos y a las familias un amplio margen de acción a través de la organización del tiempo y del espacio para apoyar las actividades formativas de las y los alumnos con o sin el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

c) Modalidades de trabajo

Situaciones de aprendizaje. Son el medio por el cual se organiza el trabajo docente, a partir de planear y diseñar experiencias que incorporan el contexto cercano a los niños y tienen como propósito problematizar eventos del entorno próximo. Por lo tanto, son pertinentes para el desarrollo de las competencias de las asignaturas que conforman los diferentes campos formativos.

Una de sus principales características es que se pueden desarrollar a través de talleres o proyectos. Esta modalidad de trabajo se ha puesto en práctica primordialmente en el nivel preescolar, sin embargo, ello no lo hace exclusivo de este nivel, ya que las oportunidades de generar aprendizaje significativo las hacen útiles para toda la Educación Básica. Incluyen formas de interacción entre alumnos, contenidos y docentes, favorecen el tratamiento inter y transdisciplinario entre los campos formativos.

Proyectos. Son un conjunto de actividades sistemáticas e interrelacionadas para reconocer y analizar una situación o problema y proponer posibles soluciones. Brindan oportunidades para que los alumnos actúen como exploradores del mundo, estimulen su análisis crítico, propongan acciones de cambio y su eventual puesta en práctica; los conduce no sólo a saber indagar, sino también a saber actuar de manera informada y participativa. Los proyectos permiten la movilización de aprendizajes que contribuyen en los alumnos al desarrollo de competencias, a partir del manejo de la información, la realización de investigaciones sencillas (documentales y de campo) y la obtención de productos concretos. Todo proyecto considera las inquietudes e intereses de los estudiantes y las posibilidades son múltiples ya que se puede traer el mundo al aula.

Secuencias didácticas. Son actividades de aprendizaje organizadas que responden a la intención de abordar el estudio de un asunto determinado, con un nivel de complejidad progresivo en tres fases: inicio, desarrollo y cierre. Presentan una situación problematizadora de manera ordenada, estructurada y articulada.

d) Trabajo colaborativo

Para que el trabajo colaborativo sea funcional debe ser inclusivo, entendiendo esto desde la diversidad, lo que implica orientar las acciones para que en la convivencia, los estudiantes expresen sus descubrimientos, soluciones, reflexiones, dudas, coincidencias y diferencias a fin de construir en colectivo.

Es necesario que la escuela promueva prácticas de trabajo colegiado entre los maestros tendientes a enriquecer sus prácticas a través del intercambio entre pares para compartir conocimientos, estrategias, problemáticas y propuestas de solución en atención a las necesidades de los estudiantes; discutir sobre temas que favorezcan el aprendizaje, y la acción que como colectivo requerirá la implementación de los programas de estudio.

Es a través del intercambio entre pares en donde los alumnos podrán conocer cómo piensan otras personas, qué reglas de convivencia requieren, cómo expresar sus ideas, cómo presentar sus argumentos, escuchar opiniones y retomar ideas para reconstruir las propias, esto favorecerá el desarrollo de sus competencias en colectivo.

El trabajo colaborativo brinda posibilidades en varios planos: en la formación en valores, así como en la formación académica, en el uso eficiente del tiempo de la clase y en el respeto a la organización escolar.

e) Uso de materiales y recursos educativos

Los materiales ofrecen distintos tipos de tratamiento y nivel de profundidad para abordar los temas; se presentan en distintos formatos y medios. Algunos sugieren la consulta de otras fuentes así como de los materiales digitales de que se dispone en las escuelas.

Los acervos de las bibliotecas escolares y de aula, son un recurso que contribuye a la formación de los alumnos como usuarios de la cultura escrita. Complementan a los libros de texto y favorecen el contraste y la discusión de un tema. Ayudan a su formación como lectores y escritores.

Los materiales audiovisuales multimedia e Internet articulan de manera sincronizada códigos visuales, verbales y sonoros, que generan un entorno variado y rico de experiencias, a partir del cual los alumnos crean su propio aprendizaje.

Particularmente en la Telesecundaria pero también en otros niveles y modalidades de la educación básica, este tipo de materiales ofrecen nuevas formas, escenarios y propuestas pedagógicas que buscan propiciar aprendizajes significativos en los alumnos.

Los materiales y recursos educativos informáticos cumplen funciones y propósitos diversos; pueden utilizarse dentro y fuera del aula a través de los portales educativos.

La tecnología como recurso de aprendizaje

En la última década las Tecnologías de la Información y de la Comunicación han tenido impacto importante en distintos ámbitos de la vida económica, social y cultural de las naciones y, en conjunto, han delineado la idea de una Sociedad de la Información. El enfoque eminentemente tecnológico centra su atención en el manejo, procesamiento y la posibilidad de compartir información. Sin embargo, los organismos internacionales como la CEPAL y la UNESCO, han puesto el énfasis en los últimos cinco años en la responsabilidad que tienen los estados nacionales en propiciar la transformación de la sociedad de la información hacia una sociedad del conocimiento.

La noción de sociedad de la información se basa en los progresos tecnológicos; en cambio, la sociedad del conocimiento comprende una dimensión social, ética y política mucho más compleja. La sociedad del conocimiento pone énfasis en la diversidad cultural y lingüística; en las diferentes formas de conocimiento y cultura que intervienen en la construcción de las sociedades, la cual se ve influida, por supuesto, por el progreso científico y técnico moderno.

Bajo este paradigma, el sistema educativo debe considerar el desarrollo de habilidades digitales, tanto en alumnos como en docentes, que sean susceptibles de adquirirse durante su formación académica. En la Educación Básica el esfuerzo se orienta a propiciar el desarrollo de habilidades digitales en los alumnos, sin importar su edad, situación social y geográfica, la oportunidad de acceder, a través de dispositivos

tecnológicos de vanguardia, de nuevos tipos de materiales educativos, nuevas formas y espacios para la comunicación, creación y colaboración, que propician las herramientas de lo que se denomina la Web 2.0.

De esta manera, las TIC apoyarán al profesor en el desarrollo de nuevas prácticas de enseñanza y la creación de ambientes de aprendizaje dinámicos y conectados, que permiten a estudiantes y maestros:

- Manifestar sus ideas y conceptos; discutirlas y enriquecerlas a través de las redes sociales;
- Acceder a programas que simulan fenómenos, permiten la modificación de variables y el establecimiento de relaciones entre ellas;
- Registrar y manejar grandes cantidades de datos;
- Diversificar las fuentes de información;
- Crear sus propios contenidos digitales utilizando múltiples formatos (texto, audio y video);
- Atender la diversidad de ritmos y estilos de aprendizaje de los alumnos.

Para acercar estas posibilidades a las escuelas de educación básica, se creó la estrategia Habilidades Digitales para Todos (HDT), que tiene su origen en el Programa Sectorial de Educación 2007-2012 (PROSEDU), el cual establece como uno de sus objetivos estratégicos "impulsar el desarrollo y la utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento".

Los recursos educativos que se están generando desde este programa son los siguientes:

Portal de aula Explora

Es la plataforma tecnológica que utilizan alumnos y maestros en el aula. Ofrece herramientas que permiten generar contenidos digitales; interactuar con los materiales

educativos digitales (Objetos de Aprendizaje (ODA), Planes de clase y Reactivos); y realizar trabajo colaborativo a través de redes sociales como blogs, wikis, foros y la herramienta de proyecto de aprendizaje. Así promueve en los alumnos, el estudio independiente y el aprendizaje colaborativo; mientras que a los docentes, da la posibilidad de innovar su práctica educativa e interactuar y compartir con sus alumnos, dentro y fuera del aula.

Objetos de aprendizaje (ODA)

Son materiales digitales concebidos para que alumnos y maestros se acerquen a los contenidos de los programas de estudio de Educación Básica, para promover la interacción y el desarrollo de las habilidades digitales, el aprendizaje continuo y logre autonomía como estudiante. Existe un banco de objetos de aprendizaje al que puede accederse a través del portal federal de HDT (http://www.hdt.gob.mx), o bien, en el portal de aula Explora. Los recursos multimedia incluyen: videos, diagramas de flujo, mapas conceptuales, interactivos y audios que resultan atractivos para los alumnos.

Aula telemática

Es el lugar donde se instala el equipamiento base de HDT, el hardware, el software y la conectividad del programa. Como concepto educativo, el Aula telemática es el espacio escolar donde se emplean las TIC como mediadoras en los procesos de aprendizaje y enseñanza.

Es en este espacio, concebido como un ambiente de aprendizaje, donde se encuentran docentes y alumnos con las tecnologías y donde comienzan a darse las interacciones entre docentes y alumnos, con el equipamiento y los materiales educativos digitales. No obstante, gracias a las posibilidades que ofrece la conectividad, estas interacciones se potencializan al rebasar los límites de la escuela y la comunidad; las redes sociales, utilizadas como un medio para el aprendizaje hacen posibles nuevas formas de trabajo colaborativo.

El aula telemática se instala utilizando los modelos tecnológicos 1 a 30 en primaria y 1 a 1 en secundaria.

Plan de Clase de HDT

Los Planes de Clase sugieren a los docentes estrategias didácticas que incorporan los ODA, los libros de texto y otros recursos existentes dentro y fuera del aula. Son propuestas que promueven el logro de los aprendizajes esperados y que pueden ser modificadas para adaptarlas a las características de los alumnos, a las condiciones tecnológicas del aula y al contexto de la escuela.

f) Evaluación

El docente es el encargado de la evaluación de los aprendizajes de los alumnos de Educación Básica y por tanto, es quien realiza el seguimiento, crea oportunidades de aprendizaje y hace las modificaciones necesarias en su práctica de enseñanza para que los estudiantes logren los aprendizajes establecidos en el presente Plan y los programas de estudio 2011. Por tanto, es el responsable de llevar a la práctica el enfoque formativo e inclusivo de la evaluación de los aprendizajes.

El seguimiento al aprendizaje de los estudiantes se lleva a cabo mediante la obtención e interpretación de evidencias sobre el mismo. Éstas le permiten contar con el conocimiento necesario para identificar tanto los logros como los factores que influyen o dificultan el aprendizaje de los estudiantes, para brindarles retroalimentación y generar oportunidades de aprendizaje acordes con sus niveles de logro. Para ello, es necesario identificar las estrategias y los instrumentos adecuados al nivel de desarrollo y aprendizaje de los estudiantes, así como al aprendizaje que se espera.

Algunos de los instrumentos que pueden utilizarse para la obtención de evidencias son:

- Rúbrica o matriz de verificación;
- listas de cotejo o control;
- registro anecdótico o anecdotario;

• observación directa;
• producciones escritas y gráficas;
• proyectos colectivos de búsqueda de información, identificación de problemáticas y formulación de alternativas de solución;
• esquemas y mapas conceptuales;
• registros y cuadros de actitudes de los estudiantes observadas en actividades colectivas;
• portafolios y carpetas de los trabajos;
• pruebas escritas u orales.

Durante el ciclo escolar, el docente realiza o promueve diversos tipos de evaluaciones tanto por el momento en que se realizan, como por quienes intervienen en ella. En el primer caso se encuentran las evaluaciones diagnósticas, cuyo fin es conocer los saberes previos de sus estudiantes e identificar posibles dificultades que enfrentarán los alumnos con los nuevos aprendizajes; las formativas, realizadas durante los procesos de aprendizaje y enseñanza para valorar los avances y el proceso de movilización de saberes; y las sumativas, que tienen como fin tomar decisiones relacionadas con la acreditación, en el caso de la educación primaria y secundaria, no así en la educación preescolar, en donde la acreditación se obtendrá por el hecho de haberlo cursado.

El docente también debe promover la autoevaluación y la coevaluación entre sus estudiantes, en ambos casos es necesario brindar a los estudiantes los criterios de evaluación, que deben aplicar durante el proceso con el fin de que se conviertan en experiencias formativas y no únicamente en la emisión de juicios sin fundamento.

La autoevaluación tiene como fin que los estudiantes conozcan, valoren y se corresponsabilicen tanto de sus procesos de aprendizaje como de sus actuaciones y cuenten con bases para mejorar su desempeño.

Por su parte, la coevaluación es un proceso donde los estudiantes además aprenden a valorar el desarrollo y actuaciones de sus compañeros con la responsabilidad que esto conlleva y representa una oportunidad para compartir estrategias de aprendizaje y generar conocimientos colectivos. Finalmente, la heteroevaluación dirigida y aplicada

por el docente tiene como fin contribuir al mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes mediante la creación de oportunidades para aprender y la mejora de la práctica docente.

De esta manera, desde el enfoque formativo e inclusivo de la evaluación, independientemente de cuándo se lleven a cabo □al inicio, durante el proceso o al final de éste, del propósito que tengan □acreditativas o no acreditativas□ o de quienes intervengan en ella docente, alumno o grupo de estudiantes□ todas las evaluaciones deben conducir al mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes y a un mejor desempeño del docente. La evaluación debe servir para obtener información que permita al maestro favorecer el aprendizaje de sus alumnos y no como medio para excluirlos.

En el contexto de la Articulación de la Educación Básica 2011, los referentes para la evaluación los constituyen los aprendizajes esperados de cada campo formativo, asignatura, y grado escolar según corresponda y los estándares de cada uno de los cuatro periodos establecidos: tercero de preescolar, tercero y sexto de primaria y tercero de secundaria.

Estándares curriculares

Los estándares curriculares son descriptores del logro que cada alumno demostrará al concluir un periodo escolar. Sintetizan los aprendizajes esperados que en los programas de educación primaria y secundaria se organizan por asignatura-grado-bloque, y en educación preescolar se organizan por campo formativo-aspecto. Imprimen sentido de trascendencia al ejercicio escolar.

Los estándares curriculares son equiparables con estándares internacionales y, en conjunto con los aprendizajes esperados, constituyen referentes para evaluaciones nacionales e internacionales que sirven para conocer el avance de los estudiantes durante su tránsito por la Educación Básica, asumiendo la complejidad y gradualidad de los aprendizajes.

Los aprendizajes esperados y estándares constituyen la expresión concreta de los propósitos de la Educación Básica, a fin de que el docente cuente con elementos para

centrar la observación y registrar los avances y dificultades que se manifiestan con ellos, lo cual contribuye a dar un seguimiento y apoyo más cercano a los logros de aprendizaje de los alumnos.

Cuando los resultados no sean los esperados, será necesario diseñar estrategias diferenciadas, tutorías u otros apoyos educativos para fortalecer los aspectos en los que el estudiante muestra menor avance.

Asimismo, cuando un estudiante muestre un desempeño significativamente más adelantado de lo esperado para su edad y grado escolar, la evaluación será el instrumento normativo y pedagógico que determine si una estrategia de promoción anticipada es la mejor opción para él.

Durante el ciclo escolar 2011-2012 se llevará a cabo en algunas escuelas una prueba piloto en donde se analizará una boleta para la educación básica que incluirá aspectos cualitativos de la evaluación. De sus resultados dependerá la definición del instrumento que se aplicará a partir del ciclo escolar 2012-2013.

I.

ENFOQUE DEL CAMPO DE FORMACIÓN

En los Planes y Programas de Estudio de 2011 la disciplina de las matemáticas se ubica en el campo de formación Pensamiento matemático, con el objetivo de adoptar diversas "miradas" para entender entornos sociales, resolver problemas y fomentar el interés por las Matemáticas, a lo largo de la vida. El propósito es que las orientaciones pedagógicas y didácticas destaquen el pensamiento matemático en estrecha relación con el desarrollo de competencias, el cumplimiento de estándares y la adopción del enfoque didáctico.

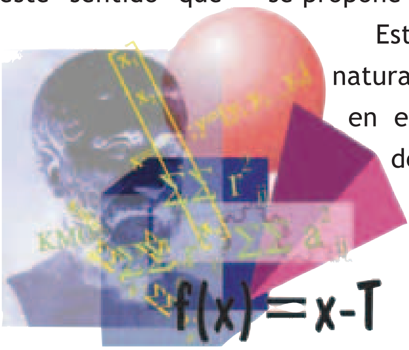
Se ha mantenido la organización de la asignatura a través de los ejes: Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida, y Manejo de la información, los cuales se caracterizan por los temas y contenidos a desarrollar, como así también, por el tipo de pensamiento matemático a potenciar en cada uno de ellos. Sin embargo, resulta significativo reconocer que, por su naturaleza, habrá nociones matemáticas que se presentan en más de un eje. Las diferencias se podrán reconocer en el uso que se hace de ellas, por medio de sus representaciones y de sus contextos de aplicación.

El caso más característico, en los tres años de la educación secundaria, es el uso de la noción de proporcionalidad, incluso para discutir y construir lo que no es proporcional. Dependiendo del eje en el que se trabaje dicha noción, así como de la situación problema y el contexto donde se le requiera como herramienta matemática, puede usarse para calcular una constante de proporcionalidad, un valor faltante o una razón de cambio constante.

Otro punto a señalar, relacionado con el manejo de temas y contenidos, es que aun dentro de un mismo eje es posible reconocer el tipo de pensamiento matemático que demanda el problema a resolver, ya que de esto dependerá el significado que adquieran las herramientas matemáticas construidas. Por ejemplo, el eje de Manejo de la información incluye temas y contenidos relacionados con la graficación de funciones, el registro de frecuencias y el análisis de eventos azarosos; situaciones cuyo estudio se asocia al desarrollo del pensamiento variacional, estadístico y probabilístico, respectivamente. Por este motivo, las situaciones que se exponen más adelante como ejemplos de las orientaciones, se basan en el desarrollo de pensamientos matemáticos específicos, asociados a ciertos temas, y cuyas técnicas matemáticas y sus significados están vinculados a la situación que resuelven.

Por ejemplo, la técnica matemática para calcular la tangente de un ángulo es equivalente a la técnica matemática para calcular la pendiente de una recta. Sin embargo, la primera

cobra sentido para resolver problemas trigonométricos y está asociada al desarrollo de un pensamiento geométrico-proporcional, mientras que la segunda cobra sentido en el estudio de la función lineal y está relacionada con el desarrollo del pensamiento variacional. Es en este sentido que se propone atender a la especificidad del conocimiento matemático.



Estas dos ideas acerca de la matemática escolar (su naturaleza como herramienta situada) y sus consecuentes efectos en el aprendizaje (el tipo de pensamiento matemático que demanda) serán parámetros a considerar en la planeación, la organización del ambiente de aprendizaje, las consideraciones didácticas y la evaluación.

I.1 De una situación problema a una situación de aprendizaje.

Un diseño didáctico constituye una situación problema si plantea un conflicto para quien lo aborda, pero lo encamina en un proceso de pensamientos de resolución que permitan superar el conflicto y construir nuevos conocimientos. Hacer de ésta una situación de aprendizaje requiere de la intervención de quien, intencionalmente, busca la construcción de conocimiento por parte de quien la enfrenta. Una situación de aprendizaje puede caracterizarse como la articulación de una situación problema y un contrato didáctico[1] (Montiel, 2005), es decir, exige la consideración de la interacción del sistema didáctico como una unidad indivisible, a la luz de las actividades que demande la situación problema.

Esto presupone que la intervención del profesor, desde el diseño y la planeación, hasta el momento en que se lleva a cabo la experiencia de aula, está presente para potenciar los aprendizajes que lograrán las y los estudiantes, es decir para tener control de la actividad didáctica y del conocimiento que se construye (Alanís et al, 2008).

[1] En el sentido de Brousseau (1997), como las interacciones implícitas y explícitas entre la y el profesor y la y el estudiante, en relación a un saber matemático escolar en particular.

II.

PLANIFICACIÓN

La elección de la situación problema y la organización de su puesta en escena requieren de la planeación y la previsión de comportamientos (estrategias, habilidades, dificultades, entre otras) de las y los estudiantes para hacer de la experiencia una situación de aprendizaje.

Por ejemplo, el uso de problemas prácticos (comúnmente llamados 'de la vida real'), evoca un lenguaje cotidiano para expresar las interpretaciones personales y a partir de éstas, es que reconoce el fondo de conocimientos, que también pueden incluir conocimientos matemáticos relacionados con el aprendizaje esperado.

El paso a una interpretación formal, usando lenguaje matemático, requiere de ejercicios de cuantificación, de registro, de análisis de casos y de uso de distintas representaciones para favorecer que todas las interpretaciones personales tengan un canal de desarrollo de ideas matemáticas. En particular, será la misma práctica la que denotará la necesidad de emplear un lenguaje matemático específico, con el fin de comunicar los resultados de una actividad, argumentar y defender sus ideas, o utilizarlo para resolver nuevas situaciones problema. Los resultados obtenidos por las y los estudiantes tendrán nuevas preguntas para provocar la teorización[2] de las actividades realizadas en la ejercitación previa, dando pie al uso de las nociones matemáticas escolares relacionadas al tema y a los contenidos. Es decir, éstas entran en juego al momento de estudiar lo que se ha hecho, son herramientas que explican un proceso activo del estudiante, de ahí el sentido de construcción de conocimiento, pues emergen como necesarias en su propia práctica.

Una vez que se tenga cierto dominio del lenguaje y las herramientas matemáticas es necesario ponerlos en funcionamiento en distintos contextos, lo cual favorece la identificación de sus funcionalidades. Sin embargo, es recomendable considerar contextos en los que la herramienta matemática sea insuficiente para explicar y resolver un problema. Continuando con el ejemplo ya mencionado de la proporcionalidad, una vez construida su noción y dominadas las técnicas de cálculo del valor faltante, el cálculo de razón de proporcionalidad, etc., es necesario confrontarlas con aquellos sucesos que no son proporcionales, ya sea para profundizar en la comprensión de las mismas, como también, para generar oportunidades de introducir nuevos problemas.

[1] Hablamos de teorizar desde el planteamiento de Moulines (2004) como la actividad humana de formar conceptos, principios y teorías con el propósito de comprender el mundo que nos rodea.

III.

ORGANIZACIÓN DE AMBIENTES DE APRENDIZAJE

Realmente un ambiente de aprendizaje es un sistema interactivo complejo que involucra múltiples elementos de diferentes tipos y niveles, que si bien, no se pueden controlar por completo, tampoco pueden soslayar su influencia en el aula. Así, las variables sociales, culturales y económicas, como las cuestiones de equidad de género o de inclusión de las minorías -las capacidades diferentes y las inteligencias múltiples- deben ser atendidas con base en estrategias didácticas de contextualización de las situaciones problema y con consideraciones profesionales[3] sobre el contacto personal con las y los estudiantes.

El reconocimiento de la población estudiantil, del escenario escolar y las posibilidades que éste brinda, serán elementos fundamentales para preparar la experiencia de clase. Por ejemplo, determinar si es posible usar alguna herramienta tecnológica o materiales manipulables, ocupar espacios alternativos al salón de clases (laboratorios, patios) o solicitar a las y los estudiantes hacer alguna búsqueda de datos fuera de la escuela (en periódicos o haciendo encuestas), etc. Todas y todos los estudiantes han de contar con los materiales y las herramientas suficientes para llevar a cabo la experiencia de clase.

Las y los estudiantes deben tener la experiencia del trabajo autónomo, el trabajo colaborativo y la discusión, así como también, la reflexión y la argumentación grupal, con el fin de propiciar un espacio en el cual, el respeto a la participación, al trabajo y a la opinión de las y los compañeros, sean fomentados por las y los propios estudiantes, bajo la intervención de la o el docente; dando así la oportunidad de reconocer como válidas otras formas de pensamiento. En las clases de matemáticas esto se evidencia cuando, por ejemplo, los argumentos se presentan en formas (matemáticas) diversas, pero convergen en una misma idea. Las explicaciones y los argumentos en contextos numéricos, algebraicos o gráficos habrán de valorarse por igual, y será con la intervención de la o el docente que se articulen para darle coherencia a los conceptos matemáticos.



[3] Por ejemplo, con el uso de los resultados de la investigación en Matemática Educativa que atienden a estos factores dentro del diseño y la intervención didáctica. Al final de las orientaciones se presenta un listado de las páginas electrónicas de algunas revistas especializadas que pueden ser de utilidad

III.1 Consideraciones Didácticas

En una situación de aprendizaje, las interacciones son específicas del saber matemático en juego, es decir, los procesos de transmisión y construcción de conocimiento se condicionan por los usos y los significados del saber que demanda la situación problema.

Los procesos de transmisión de conocimiento, vía la enseñanza, están regulados por el Plan de estudios, los ejes, los temas, los contenidos, las competencias y, actualmente, por los estándares que en conjunto orientan hacia el cómo enseñar un saber matemático particular. Hablar de didáctica en el campo de formación conlleva a considerar también cómo se caracteriza el proceso de construcción por parte de las y los estudiantes, es decir, reconocer las manifestaciones del aprendizaje de saberes matemáticos específicos.

Al ejemplificar a grandes rasgos con la noción de proporcionalidad se encuentran, dentro de los tres ejes, -en sus temas y sus contenidos-, elementos que orientan su enseñanza, a saber: tipos de problemas, situaciones contextualizadas, lenguaje y herramientas matemáticas, entre otros. Se reconoce el desarrollo del pensamiento proporcional, en la y el estudiante cuando identifica, en un primer momento, una relación entre cantidades y la expresa como “a más-más’ o “a menos-menos”. La situación de aprendizaje y la intervención de la o el profesor lo confrontan con un conflicto para que reconozca que también hay proporcionalidad en una relación “a más-menos” o en una “a menos-más”, como es el caso de la función $y = -x$. Para validar las relaciones identificadas será necesario plantear a la y el estudiante actividades que favorezcan la identificación del cómo se relacionan éstas, con el objetivo de caracterizar formalmente la proporcionalidad y el uso de técnicas como la regla de tres.

En conclusión, es importante que la o el docente reconozca, en la y el estudiante, las construcciones que son propias del aprendizaje esperado. Una fuente importante de recursos de apoyo para identificarlas son las revistas especializadas, varias de ellas enlistadas al final de las orientaciones. En cada uno de los ejemplos ofrecemos orientaciones particulares asociadas al contenido.

IV.

EVALUACIÓN

La evaluación es entendida como un proceso de registro de información sobre el estado de los conocimientos de las y los estudiantes, cuyo propósito es orientar las decisiones del proceso de enseñanza en general y del desarrollo de la situación de aprendizaje en particular. En estos registros, vistos como producciones e interacciones de las y los estudiantes, se evaluará el desarrollo de ideas matemáticas, que emergen en formas diversas: verbales, gestuales, icónicas, numéricas, gráficas y, por supuesto, mediante las estructuras escolares más tradicionales como son por ejemplo las fórmulas, las figuras geométricas, los diagramas, las tablas.

Para valorar la actividad del estudiante y su evolución, hasta lograr el aprendizaje esperado, será necesario contar con su producción en las diferentes etapas de la situación de aprendizaje.

La evaluación considera si el estudiante se encuentra en la fase inicial, donde se pone en funcionamiento su fondo de conocimientos; en la fase de ejercitación, donde se llevan a cabo los casos particulares y se continúa o se confronta con los conocimientos previos; en la fase de teorización, donde se explican los resultados prácticos con las nociones y las herramientas matemáticas escolares; o finalmente, si se ubica en la fase de validación de lo construido.

Es decir, se evalúa gradualmente la pertinencia del lenguaje y las herramientas para explicar y argumentar los resultados obtenidos en cada fase. De manera sucinta, en cada uno de los ejemplos se dan indicaciones concretas para la evaluación.

Durante un ciclo escolar, el docente realiza diversos tipos de evaluaciones: diagnósticas, con el objeto de conocer los saberes previos de sus alumnos; formativas, durante el proceso de aprendizaje, para valorar los avances, y las sumativas, con el fin de tomar decisiones relacionadas con la acreditación de sus estudiantes.

Los resultados de la investigación han destacado el enfoque formativo de la evaluación como un proceso que permite conocer la manera en que los estudiantes van organizando, estructurando y usando sus aprendizajes en contextos determinados, para resolver problemas

de distintos niveles de complejidad y de diversa índole. Desde el enfoque formativo, evaluar no se reduce a identificar la presencia o ausencia de algún fragmento de información para determinar una calificación, pues se reconoce que la adquisición de conocimientos por sí sola no es suficiente ya que es necesaria también la movilización de habilidades, valores y actitudes para tener éxito, puesto que éste es un proceso gradual al que debe darse seguimiento y apoyo.

En el nuevo Plan de estudios se establece que la o el docente es el encargado de la evaluación de los aprendizajes de las y los estudiantes de Educación Básica y, por tanto, es quien realiza el seguimiento, crea oportunidades de aprendizaje y hace las modificaciones necesarias en su práctica de enseñanza para que las y los estudiantes logren los estándares curriculares y los aprendizajes esperados establecidos en el Plan de estudios. Por lo tanto, es la o el responsable de llevar a la práctica el enfoque formativo de la evaluación de los aprendizajes.

Un aspecto que no debe obviarse en el proceso de evaluación es el desarrollo de competencias. La noción de competencia matemática está ligada a la resolución de tareas, retos, desafíos y situaciones de manera autónoma. Implica que las y los estudiantes sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones. Por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean las y los estudiantes quienes planteen las preguntas. Se trata también de que ellas y ellos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la efectividad de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.

IV.1 Actitud Hacia Las Matemáticas

Con el propósito de fomentar una actitud positiva hacia las matemáticas en estudiantes que están en una etapa de cambios físicos y emocionales complejos, recomendamos a la y el docente la búsqueda, exposición y discusión de anécdotas históricas y noticias de interés para la sociedad actual. Esta propuesta pretende darle a las matemáticas un lugar en la vida del estudiante, en su pasado y en un posible futuro, mostrándolas como producto de la actividad humana en el tiempo y como una actividad profesional que acompaña al mundo cambiante en el que vivimos (Buendía, 2010). En este sentido, las notas no necesariamente tienen que estar relacionadas con el tema abordado en clase, pero sí con problemáticas sociales que afectan la vida de la y el estudiante.

Por ejemplo, ver la siguiente nota extraída de un periódico de circulación nacional:



Desarrollan modelos matemáticos para representar daños sísmicos en el DF

FOTOS: API

Académicos de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional (ESIME-IPN), encabezados por Alexander Balankin, desarrollan modelos matemáticos que permitan contar con un programa de monitoreo relacionado con eventos sísmicos, basado en el comportamiento del subsuelo, y así prevenir desastres.

"Trabajamos en predicción, en problemas de aguas subterráneas y en sus posibles soluciones para disminuir la gravedad de los desastres, refirió Balankin".

La investigación financiada desde el 2009 por el Gobierno del Distrito Federal, a través del Instituto de Ciencia y Tecnología, conjunta la información de los sismos que se registran en la zona –epicentro, coordenadas, latitud, altitud, magnitud y tiempo de duración– con datos del subsuelo de la ciudad.

"Con ello es posible crear modelos matemáticos, los cuales posteriormente son transformados en lenguaje computacional y mediante un tratamiento virtual se pueden modelar los suelos", abundó.

El modelo generado funciona, añadió, como una sonda para detectar los diferentes estratos y el movimiento del fluido a través del subsuelo. "Para entenderlo, dividimos el suelo en partes pequeñas, estudiamos los diferentes estratos del suelo, ya que no todos son iguales", explicó por su parte Didier Samayoa, de la ESIME.

Los resultados permitirán predecir las zonas que se verán afectadas con mayor intensidad, para que de esta manera la Secretaría de Protección Civil pueda tomar acciones al respecto y tratar de disminuir los efectos catastróficos de los sismos.

"Mediante modelos, hemos obtenido resultados similares a lo ocurrido en la realidad, se ha trabajado con datos históricos que se reprodujeron en el simulador, lo cual prueba que nuestros modelo es correcto".

Anualmente, el 19 de Septiembre de 1985 es recordado en los diferentes medios de comunicación del país por el sismo que destruyó una parte significativa de la ciudad de México, el cual, desde entonces representa un suceso en la memoria colectiva, pero también una preocupación latente de los habitantes de esta ciudad. En este hecho radica la importancia de reconocer el papel que juega la ciencia en general y, para el caso de esta nota, la matemática en particular en la atención de problemas actuales que pueden afectar, directamente, la vida de las y los mexicanos. Poner énfasis, además, en que estas actividades científicas se llevan a cabo en instituciones mexicanas, brinda al estudiante un espacio de oportunidad para la elección de una carrera profesional, en un futuro próximo.

V.

ORIENTACIONES PEDAGÓGICAS Y DIDÁCTICAS. EJEMPLOS CONCRETOS

En esta sección se presentan ejemplos de situaciones de aprendizaje que ilustran el desarrollo de distintos tipos de pensamiento matemático, poniendo en funcionamiento la propuesta pedagógica del enfoque actual. Es decir, mostrando cómo se gesta la construcción de ideas, argumentos, explicaciones y conocimientos matemáticos a lo largo de la situación y no sólo como el resultado de la resolución de un problema.

En este sentido los ejemplos sugieren y no necesariamente establecen, en tanto éste no es un libro de texto, los posibles año(s), bloque(s), eje(s), tema(s) y/o aprendizaje(s) esperado(s) que pueden abarcarse al llevar a cabo la situación. La propuesta principal es dar evidencia, con ejemplos concretos de la matemática escolar, de la factibilidad de llevar a cabo el planteamiento didáctico-pedagógico desarrollado en las secciones previas.

Consultar revistas especializadas, como las que se enlistan al final de este documento, puede ampliar el panorama del porque ejemplificar el nuevo enfoque con temas tan concretos. Considerar las dificultades propias de su aprendizaje, los significados situacionales que adquieren y los procesos de institucionalización que requieren las nociones matemáticas escolares, permite reconocer con mayor facilidad el tipo de pensamiento matemático que demanda resolver las situaciones de aprendizaje que diseñe y organice la o el docente.

PRIMER GRADO

Ejemplo 1

Año:	Primero
Bloque:	I, II, III y V
Competencias:	Resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y utilizar las técnicas eficientemente
Eje:	Manejo de la información
Tema:	Proporcionalidad y funciones
Contenido:	• Resolución de problemas de reparto proporcional. • Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios. • Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.
Aprendizajes esperados:	Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante”, en los que la razón interna o externa es un número fraccionario.
Estándares:	Soluciona problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.

La siguiente propuesta tiene la intención de propiciar en las y los estudiantes una reflexión acerca de los significados asociados a la noción de reparto proporcional, en donde lo proporcional se reconoce en el tipo de relación existente entre las variables involucradas en un problema y se indaga sobre el "cómo es la relación" que existe entre las variables.

Se recomienda formar equipos entre las y los estudiantes para la resolución de la situación y su posterior discusión grupal cuando la o el docente lo considere pertinente.

Momento 1

Amanda quiere regalar a su mamá una esencia de perfume para su cumpleaños y lo quiere elaborar ella misma. Para esto buscó en Internet distintas opciones para hacerlo y eligió la siguiente:

Para obtener 120 ml de esencia de perfume se tiene que mezclar 20 ml del perfume elegido con 100 ml de alcohol.

Amanda fue a una tienda a comprar los ingredientes y se encontró con la siguiente tabla de precios:

Ingrediente	Cantidad de ml. por botella	Precio
Alcohol	500 ml.	$ 200
Perfume	500 ml.	$ 200

Luego de consultar, el encargado le dijo que podía llevar sólo la cantidad que necesitara para componer su perfume. Esa fue su decisión: sólo llevó lo necesario.

- Cuando Amanda fue a la caja para pagar le cobraron $100. ¿Consideras que le cobraron de manera correcta? ¿Por qué?
- Si Amanda comprase la botella de alcohol y la de esencia ¿Cuántos frascos de 120 ml puede hacer? Argumenta tu respuesta.
- ¿Qué cantidad de ingredientes necesita para hacer tres frascos?

Orientaciones didácticas. En la primera pregunta se espera que la o el estudiante pueda hacer uso de la “regla de tres simple” respecto a las distintas cantidades que se necesitan del producto, como la utiliza habitualmente, para corroborar la fiabilidad del cobro hecho. En tanto que la segunda y tercera pregunta tienen el propósito de generar una confrontación con la noción cotidiana de tal regla, la cual normalmente es usada para encontrar patrones de los comportamientos de una sola variable (“si con $100 se elabora una frasco de esencia, entonces con $300 se pueden elaborar tres frascos”) sin percatarse de que la relación no es entre el costo y la cantidad de productos, sino, entre los componentes que lleva el producto (“a lo más pueden hacerse dos frascos de esencia, ya que la botella de perfume solamente contiene 50 ml, y para cada frasco de esencia se requiere 20 ml”).

Como ya hemos mencionado anteriormente, la o el docente es quien da vida a la situación propuesta, ofreciendo las orientaciones pertinentes tanto a las cuestiones que surjan por parte de las y los estudiantes, como a las reflexiones que se generen en la puesta en común de las distintas argumentaciones que fundamentan las respuestas obtenidas.

En resumen, se trata, en esta primera parte, de pasar de una noción de proporción ligada al manejo de los cambios asociados a una sola variable hacia el reconocimiento de la existencia de la relación entre dos de ellas. Esto a través del abordaje autónomo y grupal de las preguntas y su consecuente validación.

Sin embargo, en este primer momento no se hace evidente el tipo de relación entre las variables. Este precisamente será el propósito de lo siguiente.

Momento 2

Orientaciones didácticas. Se sugiere a la o el docente solicitar a los estudiantes que completen la siguiente tabla:

Cantidad de esencia de perfume (ml.)	Cantidad de ml. perfume (ml.)	Cantidad de alcohol (ml.)
120		
90		
240		
180		
300		

La tabla presenta valores alternados de cantidades de esencia con el fin de que no aparezcan en forma lineal. Si, por ejemplo, la tabla fuera:

Cantidad de perfume (ml.)
120
240
480

x2

x2

Esto pudiera provocar que las y los estudiantes sólo vieran la relación que existe en el crecimiento individual de cada variable y no la relación entre ellas, lo que es una característica que determina la proporcionalidad.

En este sentido, la intencionalidad didáctica que persigue el análisis de la tabla es responderse la pregunta: "¿Cómo es la relación entre las variables?" Cuyo objetivo es buscar que la y el estudiante puedan identificar, a través de la reflexión promovida por la o el profesor, que la relación entre la cantidad de alcohol y la cantidad de esencia con la que se elabora el perfume es constante, lo que se denomina 'constante de proporcionalidad'.

Para generar estas reflexiones se recomienda la siguiente secuencia de preguntas:

- ¿Qué relación encuentras entre los 180 ml de cantidad de perfume y la cantidad de esencia que le corresponde?
- ¿Existe alguna relación entre los 30 ml de esencia y los 150 ml de alcohol? ¿Y entre los 50 ml de esencia y los 250 ml de alcohol?
- ¿Cómo es la relación que existe entre los 240 ml de perfume y las cantidades de ingredientes (40 ml de esencia y 200 ml de alcohol)?
- ¿Qué relación observas entre la cantidad de perfume y la cantidad de esencia? Argumenta tu respuesta.
- ¿Qué relación observas entre la cantidad de perfume y la cantidad de ingredientes? Fundamenta tu respuesta.
- ¿Qué relación observas entre la cantidad de esencia y la cantidad de alcohol? Sustenta tu respuesta.
- ¿Qué diferencia observas entre las tres relaciones anteriores? Argumenta tu respuesta.
- ¿Puedes expresar de alguna manera las relaciones anteriores?

La secuencia aquí presentada comienza indagando sobre la relación de valores específicos, continúa explorando la relación entre variables basándose en las argumentaciones y finaliza averiguando la generalización de esa relación. Una respuesta esperada por parte de las y los estudiantes es que observen que la relación que existe entre los valores de las variables es que "la cantidad de alcohol es mayor que la cantidad de perfume", las cuales se superarán incitando a las y los estudiantes a buscar otro tipo de relaciones, ya que esta sí es correcta, sólo que en estas preguntas se explorarán más de un tipo de relación, para luego preguntarse, cómo es dicha relación, que en suma, constituye la esencia de la proporcionalidad.

Ejemplo 2

Año:	Primero
Bloque:	IV
Competencias:	Resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, utilizar las técnicas eficientemente
Eje:	Manejo de la información
Tema:	Proporcionalidad y funciones
Contenidos:	• Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios. • Estudio de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala
Estándares:	Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto

Este ejemplo, junto al anterior, dentro del mismo eje y tema, tienen como estándares curriculares que las y los estudiantes resuelvan problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversas o múltiple, como porcentajes y escalas.

En esta situación de aprendizaje se plantea la necesidad del uso de nociones matemáticas como las escalas, el reparto proporcional, la multiplicación o la división de números racionales como medio para la resolución y la consecuente construcción de conocimiento por parte de las y los estudiantes (por ejemplo: emplear procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos; elegir la forma más adecuada de organizar y representar los datos para comunicar la información matemática; identificar conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, calcular valores faltantes y porcentajes; expresar e interpretar medidas de distintos tipos de unidades; usar fórmulas para calcular perímetros y áreas de diferentes figuras). Es decir, es precisamente en la manipulación de las nociones puestas en juego, a través de un proceso de formulación y validación de conjeturas, que éstas adquieren un significado en las y los alumnos.

Se intenta promover no sólo la aplicación de fórmulas preestablecidas, sino la búsqueda y organización de datos que permitan que la y los estudiantes sean competentes en la obtención de información necesaria y suficiente, y en la resolución de problemas relacionados con ello.

Momento1. Elección del presupuesto más económico

Doña Elena quiere remodelar su casa invirtiendo, debido a la crisis, la menor cantidad de dinero posible. El plano de su casa es el siguiente:





Figura 1. Plano de la casa de Doña Elena con una escala de 1:100 .

La altura de la casa es de 2.5 metros.

Ella desea arreglar los ambientes de su casa de la siguiente manera:

- En el baño quiere colocar lozas en el piso y pintar sus paredes y el techo.
- A la habitación matrimonial quiere instalarle una alfombra que cubra todo el piso y pintar las paredes.
- En la habitación individual pretende cambiar lozas en el piso y pintar también sus paredes.

Fue a la tienda a preguntar los precios y le dijeron que:

Para la pintura:



- Un envase de 4 litros de la marca “La colorada”, cuesta \$286 con un rendimiento para pintar 15 m^2 y solamente requiere de una mano para cubrir la superficie.
- Un envase de 6 litros de la marca “Huacho Marín”, tiene un costo de \$429 y su rendimiento es de 22.5 m^2 y requiere también solamente de una mano para cubrir la superficie.

Para las lozas:

- Una caja “Durex” de 10 piezas de 20 cm de lado cada una, tiene un costo de \$890.
- Una caja “Axes” de 10 piezas de 40 cm de lado cada una, tiene un costo de \$1780.

Para la alfombra:

- La alfombra “Guerrero” tiene un costo de \$99 el metro cuadrado.
- La alfombra “Alepina” tiene un costo de \$125 el metro cuadrado.



¿Qué pintura, lozas y alfombra tiene que elegir Doña Elena para que el presupuesto sea el más económico?

¿Cuál es el monto del presupuesto final?

Diseña un informe detallado en donde se le diga a Doña Elena cuál y por qué es el presupuesto más económico.

Orientaciones didácticas. En la planeación de esta actividad han sido considerados los conceptos base de las y los estudiantes, es decir, el fondo de conocimientos, tanto cotidianos como matemáticos, que les permiten darle un sentido a las actividades propuestas. Por ejemplo, en esta ocasión además de considerar nociones matemáticas como escala, reparto proporcional, multiplicación y división de números racionales, entre otras, se toman en cuenta algunas nociones cotidianas como el ahorro, la optimización y la selección funcional, que son aspectos relacionados al manejo propio de la información. Se trata, en suma, de promover en las y los estudiantes la capacidad de transformar ciertos datos en información suficiente para poder solucionar problemas específicos.

Así, la consideración de los conocimientos base para la planeación de la actividad anterior permite construir un ambiente de conflicto en donde las y los estudiantes puedan enfrentarse con sus propios conocimientos, reflexionar sobre su pertinencia y tomar decisiones en consecuencia, lo cual fortalece a la construcción de nuevos conocimientos, siendo éstos los que conduzcan a dar respuesta al conflicto planteado. Por ejemplo, ante la pregunta de cuál pintura conviene comprar pareciera, a simple vista, que lo que resulta más económico es adquirir envases de 4 litros de pintura "La colorada". Sin embargo, vemos que:

4 litros (la colorada) → Tiene un precio de → *$ 286* → y rinde → *15 m²*

y obteniendo el valor unitario a través de la noción de reparto proporcional obtenemos:

1 litro (la colorada) → Tiene un precio de → *$ 71.5* → y rinde → *3.75 m2*

Haciendo lo mismo para la pintura "Huacho Marín" observamos:

6 litros (H. Marín) → Tiene un precio de → *$ 429* → y rinde → *22.5 m2*

Por lo que su valor unitario es:

1 litro (H. Marín) → Tiene un precio de → *$ 71.5* → y rinde → *3.75 m2*

Esto quiere decir que ambas pinturas tienen el mismo precio por litro, además de compartir las mismas características. Así, la decisión de cuál pintura comprar dependerá de la elección de la marca que hagan las y los estudiantes, ya que su precio no variará.

Respecto a la obtención de las medidas de la casa se espera que haya diferencias entre las respuestas proporcionadas por las y los alumnos, lo que requerirá de una discusión, primero en equipos y luego de manera grupal, en donde justifiquen y validen sus respuestas. La intención es analizar las diferentes estrategias elaboradas para estabilizar la noción de "escala" asociada a la de "proporcionalidad".

Una de las intenciones de la actividad es provocar la diferencia de opiniones. Esto no quiere decir que el o la docente no tenga un papel importante, sino todo lo contrario, ya que es quien orienta las discusiones, propone más preguntas en caso de que los estudiantes resuelvan rápido las incognitas, organiza al grupo según su propio contexto y funcionalidad, confronta diferentes opiniones; en síntesis, es el profesor quien da vida y dinamismo a las actividades.

Para la elección de las cajas de lozas más económicas sucede una situación similar a la trabajada con la pintura. La elección dependerá tanto de las superficies que se requieren cubrir, como de fijarse que las lozas "Axes" son cuatro veces la superficie de las lozas "Durex".



Por último, pedir el diseño de un informe que refleje las elecciones hechas por el grupo tiene la intención de promover una reorganización y recuperación de las reflexiones realizadas, en las que se tenga que elegir las representaciones más adecuadas para comunicar las ideas. Para esto se recomienda mantener los equipos de trabajo.

Ejemplo 3

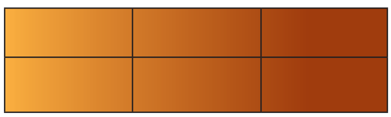
Año:	Primero
Bloque:	I, II, IV, V
Competencias:	Resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, utilizar las técnicas eficientemente.
Eje:	Sentido numérico y pensamiento algebraico.
Tema:	Contenidos
Números y sistemas de numeración:	• Conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa. • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la utilización de números enteros, fraccionarios o decimales positivos.
Problemas Aditivos	• Resolución y planteamiento de problemas que impliquen más de una operación de suma y resta de fracciones. • Resolución de problemas aditivos en los que se combinan números fraccionarios y decimales en distintos contextos, empleando los algoritmos convencionales.
Aprendizajes esperados:	• Convierte números fraccionarios a decimales y viceversa. • Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con fracciones y números decimales. • Soluciona problemas aditivos que conllevan el uso de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos.
Estándares:	• Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa. • Solventa problemas que involucran el cálculo del mínimo común múltiplo o el máximo común divisor. • Soluciona problemas aditivos que obligan a efectuar cálculos con expresiones algebraicas.

La siguiente situación retoma y replantea el diseño de Flores (2010). Este rediseño permite a las y los estudiantes poner en juego herramientas como el análisis, la reflexión, comparación y contrastación de los elementos involucrados. El abordaje del planteamiento desde diferentes tipos de unidades puede proporcionar desafíos diferentes a las y los estudiantes.

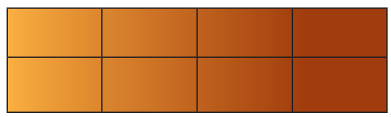
Momento 1

Indicaciones. Seis niños (Martín, Andrea, Joaquín, Lupita, Sergio y Mónica) se han reunido para repartirse 4 barras de chocolate que poseen las siguientes formas:

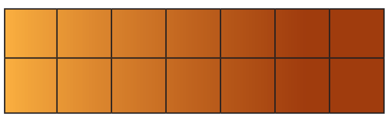
Chocolate 1



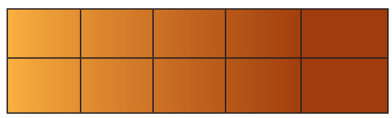
Chocolate 2



Chocolate 3



Chocolate 4



Sólo que no se han puesto de acuerdo respecto a cómo realizar un reparto apropiado, ya que:

- Martín (dice): ¡Es mejor si se rifan los chocolates! Así podemos disfrutar de uno completo, ¡eh!
- Lupita (comenta): No me parece justo, algunos de nosotros no tendríamos chocolate que probar.
- Sergio (agrega): ¿Por qué no pensamos en una forma de repartirlos de tal forma que a todos nos toque un pedazo?
- Andrea (interrumpe): Me parece bien lo que dice Sergio, sólo que… ¿Cómo haremos para saber cuánto de los chocolates nos corresponde?
- Joaquín (desconcertado añade): ¿Y cómo saber si eso es lo que realmente me toca?
- Mónica (sonriendo dice): ¡Lo sabremos pronto!

Ayúdenles a estos niños a encontrar alguna manera de repartirse los chocolates. Argumenten sus respuestas y comparen los procedimientos obtenidos.

Orientaciones didácticas. En esta parte, el papel de la o el docente es muy importante ya que tendrá la oportunidad de organizar al grupo apoyándose en los comentarios, las dudas o inquietudes que surjan de las y los estudiantes, y con ello explicar el porque de las formas de los chocolates, si pueden tener otras formas, si pueden agregar más chocolates, si poseen el mismo tamaño, etcétera.

Momento 2

Orientaciones didácticas. La percepción que tengan de la realidad respecto al sentido que cobra la “unidad” es trascendental para las y los estudiantes y la actividad permitirá que miren a la unidad de diferentes maneras, por ejemplo, como 4 unidades de 1 ó como 1 unidad conformada de 4 partes. Esto, según teóricos como Lamon (1999), pone en acción conceptos sólidos como el de “partición” y “equivalencia”.

Este planteamiento pretende dar cuenta de cómo el movimiento de unidad puede causarle un conflicto serio a la y el estudiante si no logra percatarse de ese movimiento, de hecho, la literatura advierte que a la y el estudiante le es difícil darse cuenta de ello, de ahí la intervención de la y el profesor para evidenciar las ideas previas que las y los alumnos dejan ver al argumentar sus propuestas de solución, ya sea al interior de los equipos o frente al grupo.

La naturaleza de este planteamiento ha dado pie al menos a cuatro rutas para llegar a su solución, las cuales se sugieren a la o al docente para que las promueva en los y las estudiantes:

a) Que las y los estudiantes consideren cada pieza de chocolate como una unidad. Por ejemplo, podría cuestionárseles:

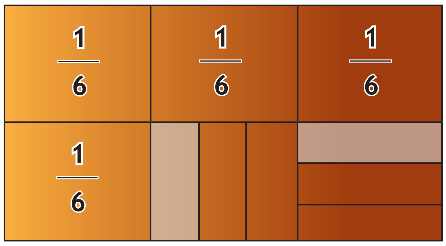
Chocolate 1

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

¿Qué parte del total le corresponderá a cada niño?

La respuesta claramente será $\frac{1}{6}$ de la unidad y hasta ahí no habría inconvenientes. Ahora bien, un segundo planteamiento podría ser ¿qué pasará con el segundo chocolate?

Chocolate 2



¿Qué parte del total le corresponde a cada niño?

Una primera acción de la y del estudiante podría ser indicar $\frac{1}{8}$ del total y un pedacito, pero, ¿Qué parte del total representa ese pedacito ya sea de color amarillo o azul? ¿Representan lo mismo?

Habrá que ayudar a las y los estudiantes a reflexionar para que consideren los elementos hasta aquí puestos en juego y recurrir a la noción de operador.

Siguiendo con este mismo procedimiento, al final podría especificar la respuesta de las y los estudiantes preguntándoles ¿Qué parte del total de cada chocolate le corresponde a cada estudiante?

Posiblemente las y los estudiantes eviten trabajar con las fracciones recurriendo a los números decimales (números con los cuáles consideran que obtendran aproximaciones, sobre todo con las fracciones que no son exactas).

En esta parte la o el profesor podrá darse cuenta del avance que las y los estudiantes alcanzan al trabajar suma, multiplicación y división de fracciones y de manera muy especial se debe poner atención a la estrategia que utilizan las y los estudiantes para dividir una parte en otras partes (parte - parte) ya que algunos podrán realizarlo desde la figura pero no podrán escribirlo como fracción.

Si se sigue esta ruta para encontrar solución, al final se tendría que sumar la parte de cada chocolate para encontrar cuánto le corresponde a cada niño por chocolate y de todos los chocolates.

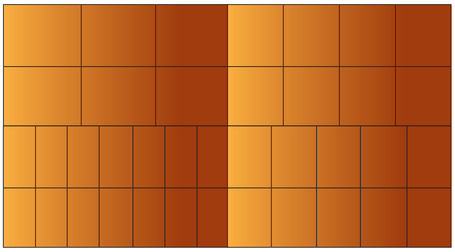
b) Que las y los estudiantes se apoyen en la noción de equivalencia.

Por su parte Lamon (1999) destaca esta noción porque las raíces de su comprensión van más allá de las fracciones.

Las y los estudiantes podrían optar por dividir cada chocolate en partes iguales apoyándose en la noción de equivalencia, para lo que tendrían que decidir, entre los diferentes tipos de particiones, qué conviene más: dividir en sextos, octavos, catorceavos o décimos. De ahí la importancia de la intervención de la o el profesor para orientar su decisión ya que ellas o ellos deberán reflexionar ¿qué unidad les convienen manejar y cómo harían ese cambio de equivalencias?, ya que podrían sugerirles –si se da el caso– apoyarse de las figuras o de operaciones o de ambos para generar las equivalencias, lo cual implica necesariamente realizar un pasaje entre representaciones.

c) Que las y los estudiantes puedan mirar a los 4 chocolates como una unidad completa.

Ésta sería una de las ideas más complejas para desarrollar en la o el estudiante, para ello al menos tendrían que haber trabajado algunas de las dos rutas anteriores procurando que la percepción de las y los estudiantes se haya "trastocado". Si alguno de las y los estudiantes se da cuenta y plantea la solución, significa que tiene muy clara la unidad, vista de dos formas: a los 4 chocolates como una unidad completa y al mismo tiempo que cada chocolate forma parte de la unidad completa y que también es una unidad. Ya que los chocolates tienen la misma forma y tamaño, podrían verse así:



La discusión es generada por la forma en que se encuentran divididos cada uno de los chocolates.

Una vez que otras rutas han sido exploradas, la o el profesor puede sugerir esta última forma y redireccionar la percepción del estudiante acerca de la noción de unidad, pues ahora las y los estudiantes podrían utilizar una nueva unidad bajo la cual también pueden arribar a una solución del reparto solicitado, sólo que el proceso no es fácil de asimilar para ellas y ellos.

d) Que las y los estudiantes identifiquen posibilidades para llegar a una solución del problema mediante la recta numérica.

Esta última, al parecer podría volverse compleja si las otras tres no han sido explícitas o claras para la o el estudiante. Ya que después de haber trabajado con figuras y haber generado representaciones aritméticas, ahora tendría que transformar sus resultados en segmentos para ser ubicados y analizados desde la recta numérica, zona en la que los estudiantes también tienen serios tropiezos y quizás no alcancen a abordar profundamente. Esto dependerá en gran medida del avance logrado en las tres rutas anteriores.

Algunos de los aspectos interesantes y enriquecedores de los diferentes planteamientos, son los posibles contextos a los que acudirán las y los estudiantes: dividir los diagramas presentados, usar fracciones equivalentes, realizar operaciones con fracciones, emplear los números decimales para evitar trabajar con fracciones, pasar de un contexto numérico a un contexto gráfico o viceversa, entre otros. Se esperaría que las y los estudiantes cuestionaran acerca de ese movimiento de unidad que se efectua en esta actividad en la que la y el profesor pueda establecer conexiones y extensiones hacia otros contenidos.



Segundo grado

Ejemplo 4

Año:	Segundo
Bloque:	IV y V
Competencias:	Resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, utilizar las herramientas matemáticas eficientemente.
Eje:	Forma, espacio y medida
Tema:	Medida
Contenido:	• Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona. • Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones.
Aprendizajes esperados:	Resuelve problemas que conllevan a determinar la medida de diversos elementos del círculo, como: ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares.
Estándares:	• Soluciona problemas que contengan ángulos inscritos y centrales de una circunferencia. • Determina la medida de diversos elementos del círculo, como: circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.

La siguiente situación retoma el diseño de Rotaeche (2008) para la construcción de algunos significados de la noción escolar de ángulo, aquellos pertinentes para el segundo grado de la educación secundaria. Para proponer el diseño se consideró la manipulación de la noción sin hacer referencia a ella, en tanto que es un contenido “aprendido” en la educación primaria que, a decir de la literatura especializada, no logra estabilizarse en la y el estudiante y representa un obstáculo en la resolución de problemas que hacen uso de él como herramienta de medición.

La situación se presenta a las y los estudiantes en hojas de trabajo, por lo que se recomienda entregar momento por momento.

Momento 1

La o el estudiante dispondrá del siguiente material: una base de fomi, un cuadrado de cartulina (con un trozo de cartulina rodeando uno de sus vértices, como se muestra en la Figura 1), tres círculos de mica transparente de diferentes tamaños (el centro debe estar indicado con un punto), plumones indelebles, un par de tachuelas, regla graduada y tijeras.

Indicaciones: Sobre la base de fomi, coloca el cuadrado y el círculo más pequeño haciendo coincidir el centro del círculo con el vértice del cuadrado (Figura 2). Encaja la tachuela justo en donde coinciden centro y vértice, el fomi permitirá fijar ambas figuras.

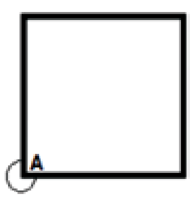


Figura 1

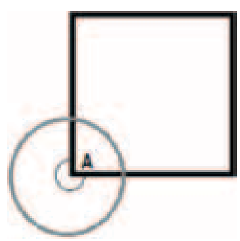


Figura 2

Explorando la construcción

- ¿Cuántos lados del cuadrado comparten el vértice "A"?___________
- Sobre el círculo remarca con el plumón, los lados del cuadrado que coinciden con el vértice A. con ayuda de la regla graduada.
- Usando el plumón indeleble sombrea sobre el círculo el espacio delimitado por las líneas que acabas de marcar y que se encima en el cuadrado.
- ¿Qué fracción del círculo sombreaste? ___________
- ¿Cómo puedes comprobarlo? ___________

Orientaciones didácticas. Se espera que las y los estudiantes coloreen la porción correcta del círculo y deduzcan que se trata de la cuarta parte, es en la argumentación donde pueden proponer formas distintas para comprobarlo. La o el docente dará oportunidad a que todas y todos participen y concluirá la discusión cuando alguna o algún estudiante proponga "girar el círculo". Hasta entonces la o el docente planteará la siguiente interrogante: ¿y al girarlo cuántas partes como ésta podrías sombrear?, prueba con diferentes colores. Una vez resuelto este planteamiento se continúa la actividad.

Indicaciones: Retira el círculo pequeño. Sobre el mismo cuadrado, coloca ahora el círculo mediano de tal manera que el centro de éste coincida con el vértice "A" del cuadrado. De nuevo, utiliza una tachuela para fijarlos y realiza los mismos trazos que en el caso previo.

Explorando la construcción

- Traza las líneas que salen desde el centro del círculo y coinciden con los lados del cuadrado. Márcalas sólo sobre la mica.
- Sombrea en el círculo, la parte que se encuentra sobre el cuadrado
- ¿Qué parte del círculo sombreaste? ___________
- ¿Cómo lo compruebas? ___________

Posteriormente, sobre el cuadrado, coloca ambos círculos (pequeño y mediano), haciendo coincidir sus centros con el vértice del cuadrado (Figura 3).

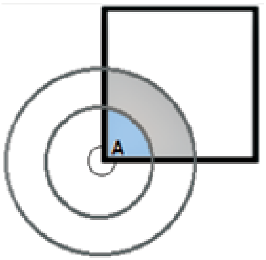


Figura 3

- ¿Qué parte del círculo mediano está encima del cuadrado? __________
- ¿Qué parte del círculo pequeño está encima del cuadrado? __________

Repite la actividad ahora con el círculo más grande y luego, toma los tres círculos y haz coincidir sus centros con el vértice del cuadrado (Figura 4).

- ¿Qué parte o fracción quedó delimitada del círculo pequeño? __________
- ¿Qué parte o fracción quedó delimitada del círculo mediano? __________
- ¿Qué parte o fracción quedó delimitada del círculo grande? __________
- ¿Son iguales las áreas delimitadas? __________

Si utilizaras un cuadrado más grande ¿cambiaría la fracción sombreada? __________ ¿Por qué? __________

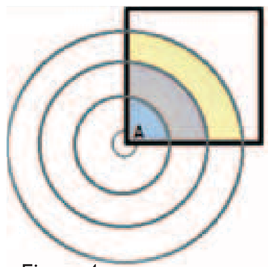


Figura 4

Orientaciones didácticas. Conforme se vayan dando las respuestas apropiadas la o el profesor pedirá argumentos que el grupo validará como correcto o incorrecto. Con estas actividades se espera que las y los estudiantes, diferenciando la porción del área sombreada, vayan relacionando la cuarta parte de vuelta (como una estrategia para medir-cuantificar) con la esquina del cuadrado (como una forma-cualidad a la que le corresponde una medida).

Una vez respondidas las preguntas previas la o el profesor puntualiza que esta fracción o este giro es una cuarta parte de vuelta y se identifica fácilmente por su relación con la esquina del cuadrado. Se sugiere hacer énfasis en esta idea usando la siguiente ilustración:

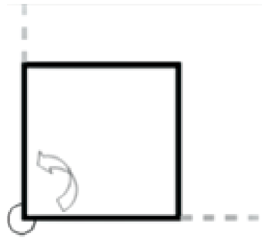


Ilustración sobre la cuarta parte de vuelta

Momento 2

La o el estudiante recibe el siguiente material: una base de fomi, un cuadrado de cartulina (con un pequeño círculo rodeando uno de sus vértices, como se muestra en la Figura 1), tres círculos de mica transparente de diferentes tamaños (el centro estará indicado con un punto), plumones indelebles, un par de tachuelas, regla graduada y tijeras.

Indicaciones: Trazar la diagonal AC en el cuadrado (Figura 6) y recorta el cuadrado por la diagonal, cuidando no recortar el trozo de cartulina que rodea al vértice A para que puedas fijar la nueva figura en la base de fomi. ¿Cuál es la nueva figura que obtienes al recortar?

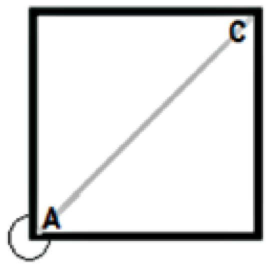


Figura 6

Explorando la construcción

Coloca la mica del círculo pequeño sobre la nueva figura de tal manera que su centro coincida con el vértice A. Utiliza una tachuela para fijar ambas figuras a la base de Fomi (Figura 7).

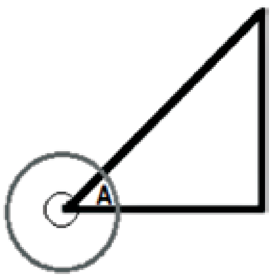


Figura 7

• ¿Cuántos lados del triángulo comparten el vértice "A"? __________ Remarca, sobre el círculo de mica, esos lados, desde A, con el plumón. Puedes ayudarte con la regla graduada.

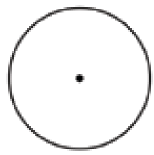
Sombrea la sección del círculo que está encima del triángulo y responde:

• ¿Qué parte del círculo representa el área sombreada? __________

• Gira el círculo sobre el vértice A para encontrar con cuántas secciones iguales cubres todo el círculo.

¿Cuántas fueron? _________

Dibuja en el siguiente círculo, usando diferentes colores, las secciones que encontraste:



• ¿Qué parte de vuelta representa cada sección? __________

• Realiza el mismo procedimiento de sombreado con el círculo mediano, usando el mismo triángulo rectángulo.

• ¿Qué parte quedó delimitada de este segundo círculo? __________

• Si realizas lo mismo con el círculo más grande, ¿Qué parte quedaría delimitada del círculo 3? __________

• Serán iguales las áreas delimitadas en los tres triángulos? __________ ¿Por qué? __________

• ¿Cambiaría la parte delimitada si usas la mitad de un cuadrado más grande o más pequeño? __________ ¿Por qué? __________

Orientaciones didácticas. Con estas actividades se espera que las y los estudiantes, diferenciando la porción del área sombreada, vayan relacionando la octava parte de vuelta (como una estrategia para medir-cuantificar) con la esquina del triángulo isósceles (como una forma-cualidad a la que le corresponde una medida). Una vez respondidas las preguntas previas, la o el profesor establece que esta fracción o este giro es una octava parte de vuelta que se identifica por su relación con la esquina del triángulo isósceles. Se sugiere hacer énfasis en esta idea usando la siguiente ilustración:

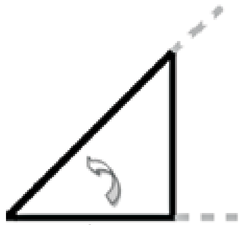


Ilustración sobre la octava parte de vuelta

Momento 3

La o el estudiante tendrá el siguiente material: una base de fomi, un triángulo equilátero de cartulina (con un pequeño círculo rodeando uno de sus vértices, como se muestra en la Figura 8), tres círculos de mica transparente de diferentes tamaños (el centro debe estar indicado con un punto), plumones indelebles, un par de tachuelas, regla graduada y tijeras.

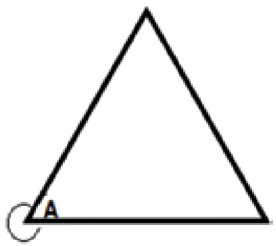


Figura 8

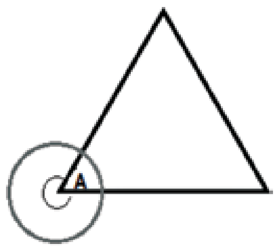


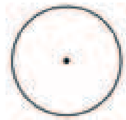
Figura 9

Indicaciones: Sobre la base de fomi, coloca el triángulo equilátero y sobre él, el círculo pequeño, haciendo coincidir el vértice "A" del triángulo equilátero y el centro del círculo. Fíjalos con la tachuela.

Con la regla traza una línea que salga del centro del círculo y coincida con uno de los lados del triángulo. Realiza lo mismo sobre el otro lado del triángulo, el que comparte el mismo vértice. Haz los trazos sobre el círculo de mica y sombrea la sección delimitada.

Explorando la construcción

- ¿Qué parte del círculo sombreaste? __________
- ¿Cómo puedes comprobarlo? __________
- Sombrea en el círculo a la izquierda, usando varios colores, todas las secciones que encontrarías girando sobre el triángulo rectángulo.



Retira el círculo pequeño y repite la última actividad con los círculos restantes. Coloca los tres círculos, haciéndolos coincidir en sus centros con el vértice del triángulo equilátero Figura 10), traza las líneas que salen desde el centro de la circunferencia y coincidan con los lados del triángulo.

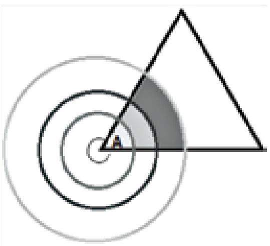


Figura 10

- ¿Qué parte quedó delimitada del círculo pequeño? __________
- ¿Qué parte quedó delimitada del círculo mediano? __________
- ¿Qué parte quedó delimitada del círculo más grande? __________
- ¿Son iguales las áreas delimitadas? __________
- ¿Cambiaría la parte o fracción sombreada si usas un triángulo equilátero más grande o más chico? __________ ¿Por qué? __________

Orientaciones didácticas. Con estas actividades se espera que las y los estudiantes, diferenciando la porción del área sombreada, vayan relacionando la sexta parte de vuelta (como una estrategia para medir-cuantificar) con la esquina del triángulo equilátero (como una forma-cualidad a la que le corresponde una medida). Una vez respondidas las preguntas

previas, la o el profesor establece que esta fracción o este giro es una sexta parte de vuelta y se identifica fácilmente por su relación con la esquina del triángulo equilátero'. Se sugiere hacer énfasis en esta idea usando la siguiente ilustración:

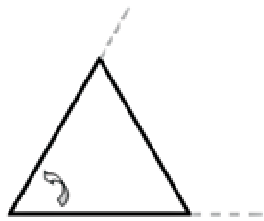


Ilustración sobre la sexta parte de viuelta

Momento 4

La o el estudiante contará con el siguiente material: una base de fomi, un triángulo equilátero de cartulina (con un pequeño círculo rodeando uno de sus vértices, como se muestra en la Figura 11), tres círculos de mica transparente de diferentes tamaños (el centro indicado con un punto), plumones indelebles, un par de tachuelas, regla graduada y tijeras.

Indicaciones: Traza, en el triángulo equilátero, la altura que pase por el vértice "B" (Figura 11). Recorta el triángulo por la línea de la altura. ¿Qué nueva figura tienes ahora? __________

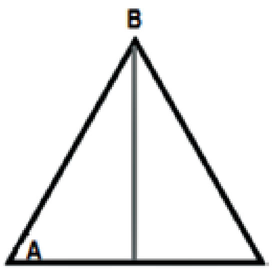


Figura 11

Explorando la construcción

Coloca la mica del círculo pequeño sobre la figura, de tal manera que su centro coincida con el vértice B del nuevo triángulo. Utiliza una tachuela para fijarla.

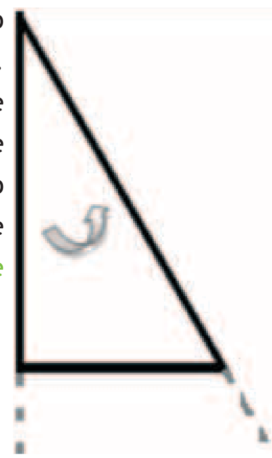
- Sombrea la sección del círculo que está encima del triángulo
- ¿Qué parte del círculo representa el área sombreada? ___________
- Gira el círculo sobre el vértice B para encontrar cuántas "partes de vuelta" puedes formar. ¿Cuántas fueron? ___________
- Dibuja en el círculo a la derecha las diferentes partes que encontraste

Si realizaras lo mismo con los círculos restantes, ¿Qué parte quedaría delimitada del círculo 3? ___________

¿Serán iguales las áreas delimitadas? ___________

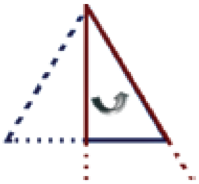
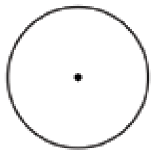
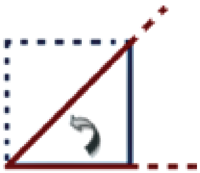
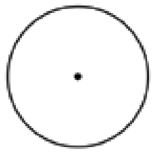
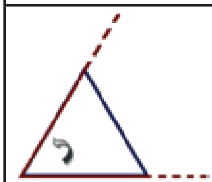
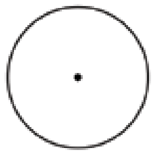
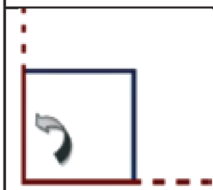
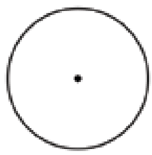
¿Cambiaría la parte o fracción delimitada si usas la mitad de otro triángulo equilátero más grande o más pequeño? ___________ ¿Por qué? ___________

Orientaciones didácticas. Con estas actividades se espera que las y los estudiantes, con un nivel mayor de abstracción, vayan relacionando la doceava parte de vuelta (como una estrategia para medir-cuantificar) con la esquina de este triángulo (como una forma-cualidad a la que le corresponde una medida). Una vez respondidas las preguntas previas la o el profesor establece que esta fracción o este giro es una doceava parte de vuelta y se identifica fácilmente por su relación con la esquina de este triángulo (recordando que se construye de recortar el equilátero por una de sus alturas). Se sugiere hacer énfasis a esta idea usando la siguiente ilustración:



Momento 5

En esta parte de la situación corresponde sintetizar lo que se construyó en los momentos previos. Completa la siguiente tabla con la información que haga falta:

Dibujo	Nombre de la figura geométrica	Parte de vuelta	División de circunferencia
			
			
			
			

Orientaciones didácticas. Con esta actividad se busca sintetizar las "mediciones" como partes de vuelta y las relaciones entre "forma" y "división en la circunferencia"; pues a partir de aquí se irá trabajando hacia la generalización, la formalización y la institucionalización del concepto escolar de ángulo, siempre caracterizándolo como forma, medida, relación; así como reconociendo su naturaleza estática y dinámica.

Se recomienda no introducir la idea del "transportador", sino comenzar con herramientas más cotidianas como el reloj.

Momento 6

La o el estudiante tendrá el siguiente material: una base de fomi, una flecha de cartulina, una tachuela y la hoja con la circunferencia dividida en 12 partes.

Indicaciones: Con las construcciones hechas en los momentos anteriores logramos hacer en el círculo hasta 12 divisiones. Coloca la hoja con la circunferencia dividida sobre la base de fomi y fija la flecha en su centro con una tachuela. Ubica la flecha en el punto 3 (Figura 12), antes de cada giro. A continuación, completa y responde lo que se pide:

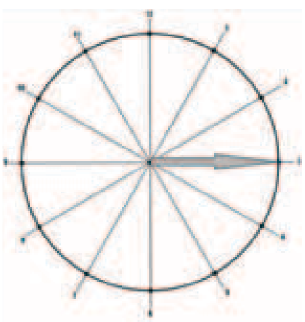


Figura 12

1. Gira la flecha hasta llegar al número 12. Ese giro equivale a ________ de vuelta. ¿En qué sentido giraste la flecha? _______
2. Gira la flecha hasta llegar al número 9. Ese giro equivale a ________ de vuelta. ¿En qué sentido giraste la flecha? _______
3. Gira la flecha hasta llegar al número 1. Ese giro equivale a ________ de vuelta. ¿En qué sentido giraste la flecha?________

Ahora cambiemos el punto de inicio. Ubica la flecha en el punto 9, como punto de inicio para cada uno de los siguientes movimientos, complementa y responde lo siguiente:

4. Gira la flecha hasta llegar al número 6. Ese giro equivale a ________ de vuelta. ¿En qué sentido giraste la flecha? ________
5. Gira la flecha hasta llegar al número 3. Ese giro equivale a ________ de vuelta. ¿En qué sentido giraste la flecha? ________
6. Gira la flecha hasta llegar al número 7. Ese giro equivale a ________ de vuelta. ¿En qué sentido giraste la flecha? ________
7. Gira la flecha hasta el número 2. Ese giro equivale a ________ de vuelta ¿En qué sentido giraste la flecha? ________
8. Si divides cada doceava parte en 30 partes iguales, ¿cuántas partes habría en toda la circunferencia (o vuelta completa)?
9. ¿Cuántas partes habría en 2/12 de vuelta? __________
10. ¿Cuántas partes habría en 3/12 de vuelta? __________
11. ¿Cuántas partes habría en ¼ de vuelta? _________
12. ¿Cuántas partes habría en ½ giro? __________

Usando ahora los referentes con letra (de la A a la L), con las sudivisiones de 30 partes en cada doceava parte de la circunferencia, ejecuta la instrucción y completa las respuestas:

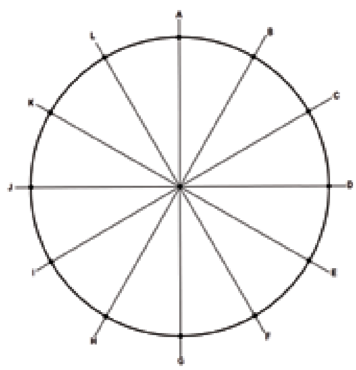
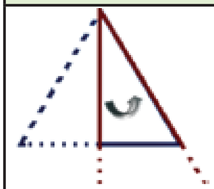
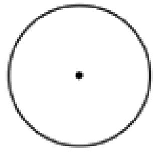
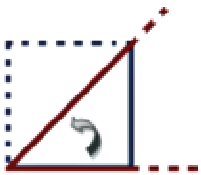
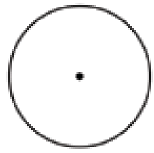
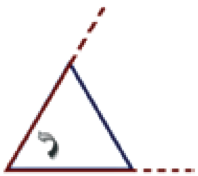
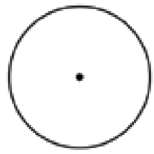
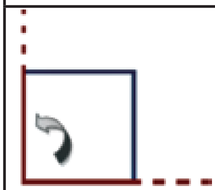
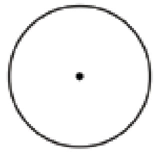


Figura 13

1. Gira la flecha desde A hasta B. Ese giro equivale a ______ de vuelta.
2. Gira la flecha desde A hasta C. Ese giro equivale a ______ de vuelta.
3. Gira la flecha desde A hasta D. Ese giro equivale a ______ de vuelta.
4. Gira la flecha desde A hasta G. Ese giro equivale a ______ de vuelta.
5. Gira la flecha desde A hasta J. Ese giro equivale a ______ de vuelta.
6. Gira la flecha desde A hasta A. Ese giro equivale a ______ de vuelta.

Orientaciones didácticas. Es en este momento cuando se introduce formalmente el concepto escolar de ángulo y se establece su unidad de medida en grados. Por ejemplo declarando: “Se llamará a cada una de esas partes grado y se reconocerá como la unidad para medir ángulos”. Se introduce el transportador como herramienta de medición haciendo los señalamientos sobre cómo leerlo y con base en qué elementos se hace la medición (referente de inicio y referente final). Resultará importante que se discuta el “sentido” de la lectura principalmente en el transportador, incluso ejemplificando con ángulos cuyo referente de inicio no sea una línea horizontal.

Para mostrar articulación entre los conceptos y las herramientas formales y lo que ha construido la o el estudiante se recomienda complementar en forma grupal la siguiente tabla (retomada del ejercicio del momento 5, pero incluyendo ahora la medición en grados).

Dibujo	Nombre de la figura geométrica	Parte de vuelta	Grados	División de circunferencia
				
				
				
				

Orientaciones para la evaluación. La evaluación a lo largo de la situación se basa en el manejo apropiado de:

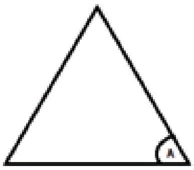
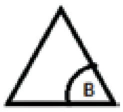
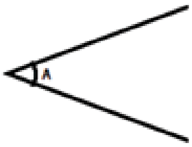
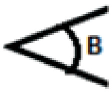
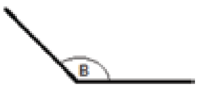
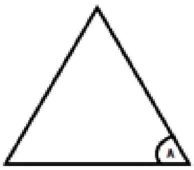
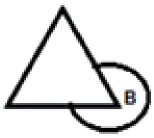
- La medición y la relación de las secciones sombreadas por figura geométrica:
  - Cuadrado – esquina de 90°
  - Triángulo isósceles – esquina de 45°
  - Triángulo equilátero – esquina de 60°
  - Triángulo rectángulo – esquina de 30°
- El manejo apropiado de las subdivisiones de la circunferencia.
- La distinción entre porción y área.

Para evaluar la competencia matemática se sugiere pedir a las y los estudiantes hacer "conjeturas" sobre la medición de situaciones angulares, por ejemplo las esquinas del salón, la abertura de una bisagra o unas tijeras; para valorar que estén reconociendo los elementos que acotan al ángulo si usan las medidas de 30°, 45°, 60° y 90° como referente.
Ejercicios para evaluar el manejo de la noción de ángulo y el reconocimiento de "qué se mide":

Andrés está jugando con una lámpara encendida y de pronto encuentra un espejo en el que se refleja la luz. Completa el dibujo, usando un segmento de recta que indique en qué dirección debe ir el reflejo

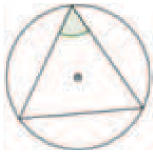


Por cada par de figuras indica, sin usar el transportador, qué afirmación en la última columna es cierta

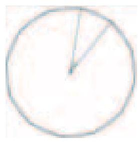
FIGURA 1	FIGURA 2	SOBRE LA MEDIDA
		1. Ángulo A es mayor que el ángulo B 2. Ángulo B es mayor que el ángulo A 3. Ambos ángulos son iguales
		1. Ángulo A es mayor que el ángulo B 2. Ángulo B es mayor que el ángulo A 3. Ambos ángulos son iguales
		1. Ángulo A es mayor que el ángulo B 2. Ángulo B es mayor que el ángulo A 3. Ambos ángulos son iguales
		1. Ángulo A es mayor que el ángulo B 2. Ángulo B es mayor que el ángulo A 3. Ambos ángulos son iguales

Ejercicio para evaluar el reconocimiento de los ángulos y sus medidas en polígonos regulares inscritos en la circunferencia y a partir de los cuales se sugiere desarrollar formalmente el tema:

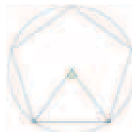
Sin hacer uso del transportador, determina la medida de los ángulos sombreados en cada figura



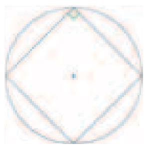
Medida del ángulo: ___



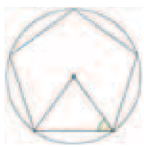
Medida del ángulo: ___



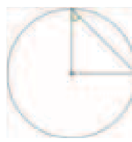
Medida del ángulo: ___



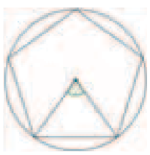
Medida del ángulo: ___



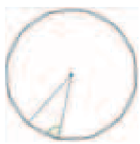
Medida del ángulo: ___



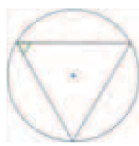
Medida del ángulo: ___



Medida del ángulo: ___



Medida del ángulo: ___



Medida del ángulo: ___

"Desarrollar formalmente el tema" comprende la exposición o investigación de definiciones y técnicas matemáticas que darán pie a la generalización de las estrategias que la y el estudiante construyó para el cálculo de la medida de un ángulo.

TERCER GRADO

Ejemplo 5

Año:	Tercero
Bloque:	I y III
Competencias:	Resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, ulilizar las técnicas eficientemente.
Eje:	Manejo de la información
Tema:	Nociones de probabilidad
Contenidos:	• Conocimiento de la escala de la probabilidad. Análisis de las características de eventos complementarios y eventos mutuamente excluyentes e independientes. • Cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).
Aprendizajes esperados:	Explica la diferencia entre eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
Estándares:	Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.

Indicaciones: A la y el estudiante se les entregarán los primeros tres momentos, una vez finalizado el ejercicio con éstos, se le proporcionará el cuarto momento. No es oportuno entregarle todo el material al mismo tiempo, debido al contraste que se pretende destacar entre momentos. El último momento es necesario que lo realicen por equipos, los demás quedarán a consideración de la o el docente.

Momento 1

Raúl está de vacaciones y desea convivir con sus amigos yendo a nadar el miércoles. Sin embargo, las predicciones del clima hechas el domingo reportan que las probabilidades de lluvia serán de 50% para el lunes, 25% para el martes y 25 % para el miércoles. Sus padres no lo quieren dejar ir, ya que consideran que el miércoles estará lloviendo. A pesar de la negativa de sus padres, Raúl está buscando una estrategia para convencer a sus padres de que no será así. Si estuvieras en el caso de Raúl ¿qué tipo de argumentación podrías construir para obtener el permiso? Comenta tu estrategia

Orientaciones pedagógicas. Se espera que las y los estudiantes en un primer momento interpreten la información: El lunes 50 % de probabilidades de llover y 50% de no llover. El martes 25% de llover y 75% de no llover. El miércoles 25% de llover y 75% de no llover, por lo que el miércoles se tiene un 75% de probabilidades de que no llueva, que sobrepasa a la mitad, así que es muy probable que no llueva. El hecho de que no podamos saber qué día o no llueve, determina que los eventos sean independientes, sin embargo, habrá que identificar que el tipo de información que se proporciona, está referida a la probabilidad de los días anteriores. Es por ello que uno de los objetivos de este momento es, que la y el estudiante sea capaz de argumentar cómo afecta la información acerca de la probabilidad de lluvia del lunes y martes, en la probabilidad de lluvia del miércoles. En este caso, dado que se trata de eventos independientes y ya se conoce la probabilidad, no existe mayor afectación. Es importante tener en cuenta que el hecho de que un día llueva no garantiza que el siguiente día lloverá y salvo aspectos de tipo físico y climatológico sabremos si el hecho de que un día llueva aumentará o no la probabilidad de que llueva al siguiente día. La o el docente dará oportunidad a que todas y todos propongan sus estrategias y más adelante la o el docente retomará las ideas con la finalidad de introducir la primera noción de eventos independientes.

Momento 2

Uno de los argumentos que le dio su padre para no dejarlo ir fue el hecho de que las probabilidades de lluvia para el lunes, martes y miércoles son 50%, 25% y 25% respectivamente lo que se resume en una probabilidad del 100% de lluvia para los próximos tres días.

¿Consideras que el resultado del clima para el miércoles se comportará como establece el padre de Raúl? ¿Por qué? Comparte y argumenta tu respuesta.
Si llovió lunes, martes y miércoles ¿Cuál será la probabilidad de que el jueves llueva?

Orientaciones pedagógicas. En la primera pregunta, se espera que las y los estudiantes argumenten a favor de que el papá de Raúl no está en lo correcto, ya que los eventos son independientes, razón por la cual, no se pueden sumar las probabilidades de los días. En caso de que él o la estudiante consideren que el procedimiento del papá de Raúl es correcto, se espera que al trabajar con el momento 3, cambien su postura.

En la segunda pregunta, las y los estudiantes argumentarán acerca de la independencia entre eventos y la predicción de uno futuro. Es decir, si llueve el lunes, martes y miércoles, ¿cómo afecta al hecho de que llueva o no el jueves? Resulta importante no olvidar la particularidad de que los eventos son independientes.

El siguiente momento tiene como intención la construcción de la herramienta matemática que permite tanto encontrar y argumentar de forma adecuada la respuesta correcta como poder predecir una probabilidad no dada.

Momento 3

Indicaciones. Si tienes tres urnas organizadas de la siguiente manera:

URNA	BOLSAS BLANCAS	BOLSAS NEGRAS
1	3	3
2	2	6
3	4	12

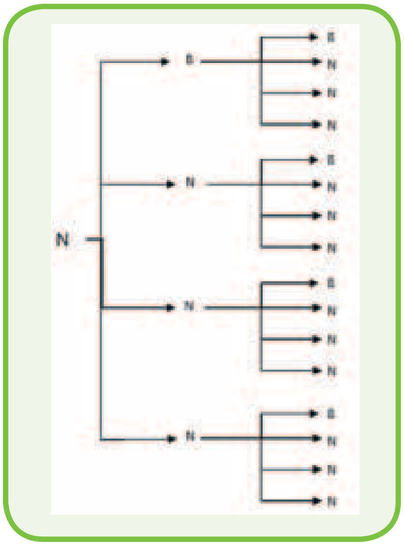
Si realizas tres extracciones de cada urna.

- ¿Cuál es la probabilidad de que saques una bola blanca de la urna 1?
- Si la composición de la urna 1 cambia y ahora es de 6 bolas blancas y 6 bolas negras ¿Cambia la probabilidad de sacar una bola blanca? Argumenta tu respuesta.
- ¿Cuál es la probabilidad de que saques una bola blanca de la urna 2?
- Si la composición de la urna 2 cambia y ahora es de 4 bolas blancas y 12 bolas negras ¿Cambia la probabilidad de sacar una bola blanca? Fundamenta tu respuesta.
- ¿Cuál es la probabilidad de que saques una bola blanca de la urna 3?

Orientaciones pedagógicas. Se espera que la o el estudiante determine que el aumento o disminución de elementos de la urna no cambie la probabilidad de extracción si dicha variación es proporcional a la probabilidad teórica inicial. Para continuar con la construcción de la herramienta es necesario considerar todos los casos posibles para no centrarse únicamente en los casos favorables, para ello es necesario que la o el docente, insista en la importancia de considerar a todos los casos.

Momento 4

El siguiente diagrama representa una rama del árbol, que alude al experimento de extraer una bola de cada urna, en términos de las probabilidades anteriores. Analiza y discute con tus compañeros, el diagrama. Toma en cuenta que la letra N representa las bolas negras y la letra B representa las bolas blancas.



¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola blanca en la tercera urna, si ya has sacado una blanca de la primera y una blanca de la segunda? Utiliza la información anterior.

Orientaciones pedagógicas. Se espera que los estudiantes, realicen una lectura del diagrama de árbol, con la finalidad de que usen esa herramienta para interpretar información y logren identificar los eventos independientes y como consecuencia la regla del producto. Es importante que la o el profesor oriente a las y los estudiantes al interpretar el diagrama, porque en ocasiones sucede que los estudiantes esperan que el diagrama tenga en su primer nivel 6 ramas, 3 con las bolas blancas y 3 con las bolas negras, lo cual no sucede así, porque lo que se grafica es en términos de probabilidades.

Momento 5

Indicaciones. Observa que la probabilidad de obtener una bola blanca en cada urna son las siguientes:

URNAS	PROBABILIDAD
1	$3/6$
2	$2/8$
3	$4/12$

La probabilidad de obtener una bola blanca en la tercera urna, si ya has sacado una blanca de la primera y una blanca de la segunda es $1/32$.
Interpretemos la probabilidad de obtener una bola blanca.

Probabilidad de obtener una bola blanca en la urna 1		*Probabilidad de obtener una bola blanca en la urna 2*		*Probabilidad de obtener una bola blanca en la urna 3*		*Probabilidad de obtener una bola blanca en cada una de las urnas*
$\frac{1}{2}$	☐	$\frac{1}{4}$	☐	$\frac{1}{4}$	=	$\frac{1}{32}$

¿Cuál es la relación que se establece entre las urnas, para obtener la anterior probabilidad? ¿A qué se lo atribuyes?

Orientaciones pedagógicas. Se espera que la y el estudiante haga uso de la regla del producto y logre identificar que los eventos son independientes.

Momento 6

Indicaciones. Reflexiona en términos de los tipos de fenómenos, los eventos, las probabilidades, las argumentaciones de los momentos 1 y 3, y realiza una comparación entre ambos. Comenta y compara tus resultados.

Orientaciones pedagógicas. Se espera que los y las estudiantes identifiquen que ambos eventos son independientes, y que es posible simular el primer evento con ayuda del segundo, y cómo es que a través de la simulación se puede obtener una mayor información del fenómeno, sin embargo, se considera que dicha identificación puede resultar compleja para el estudiante, por lo que se recomienda guiar la discusión en estos sentidos.

Bibliografía

- Alanís, J.-A., Cantoral, R., Cordero, F., Farfán, R.-M., Garza, A., Rodríguez, R. (2008, 2005, 2003, 2000). Desarrollo del pensamiento matemático. México, Editorial Trillas.
- Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Didactique des mathématiques, 1970-1990. Great Britain, Kluwer Academic Publishers.
- Buendía, G. (2010). “Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 13(4), 11 – 28.
- Cantoral, R., Farfán, R. (2003). “Matemática Educativa” *Una visión de su evolución. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6(1), 27 – 40.
- Flores, R. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*. Tesis de maestría no publicada, México, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN.
- Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*, Mahwah. New Jersey, Marquette University. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Montiel, G. (2005). “Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8 (2), 219-233.
- Moulines, C. (2004). “La metaciencia como arte”. En J. Wagensberg (Ed.), *Sobre la imaginación científica. Qué es, cómo nace, cómo triunfa una idea*; Tusquets Editores. 41-62.
- Rotaeche, A. (2008). *La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de secundaria*. Tesis de maestría no publicada. México, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional.
- SEP (2011). *Programas de estudio 2011. Educación Básica Secundaria*. México.

- Recursos de investigación e innovación didáctica
- Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica

<http://www.correodelmaestro.com>

- Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

<http://www.clame.org.mx/relime.htm>

- Revista Educación Matemática

<http://www.santillana.com.mx/educacionmatematica>

- Boletim de Educação Matemática

<http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema>

- Revista Latinoamericana de Etnomatemática

<http://www.etnomatematica.org/home/?page_id=31>

- Revista EPSILON de la SAEM THALES

<http://thales.cica.es/epsilon>

- PNA. Revista de investigación en Didáctica de la Matemática

<http://www.pna.es>

- UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática

<http://www.fisem.org/web/union>

- Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

- Revista Electrónica de Investigación en Educación de las Ciencias

<http://reiec.sites.exa.unicen.edu.ar>

- Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias

<http://www.saum.uvigo.es/reec>

- Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas

<http://ensciencias.uab.es>

- Revista Mexicana de Investigación Educativa

<http://www.comie.org.mx/v1/revista/portal.php>

*La Secretaría de Educación Pública agradece la participación en el proceso de elaboración del Plan de estudios 2011 y de los programas de estudio de educació*n preescolar, primaria y secundaria *de las siguientes instituciones y personas:*

INSTITUCIONES
Academia Mexicana de la Historia
Academia Nacional de Educación Ambiental (ANEA)
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)
Centro de Educación y Capacitación para el Desarrollo Sustentable (Cecadesu)
Centro de Investigación en Geografía y Geomática
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav, IPN)
Centro de Investigaciones y Estudios Superiores en Antropología Social (CIESAS)
Centro Nacional de Prevención de Desastres (Cenapred)
Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (Conalep)
Comité Mexicano de las Ciencias Históricas
Conferencia Mexicana de Acceso a la Información Pública
Consejo Nacional de Población (Conapo)
Consejos Consultivos Interinstitucionales
Coordinación General de Educación Intercultural Bilingüe, SEP
Dirección de Evaluación de Escuelas del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
Dirección General de Educación Superior Tecnológica
El Colegio de la Frontera Norte, A.C.
El Colegio de México, A.C.
El Colegio de Michoacán, A.C.
Escuela Normal Superior de México
Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)
Grupo de Trabajo Académico Internacional (GTAI)
Grupos Académicos de la UNAM: Matemáticas, Biología, Física y Química
Grupo de Transversalidad Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales/Secretaría de Educación Pública (Semarnat/SEP):

- Centro de Educación y Capacitación para el Desarrollo Sustentable (Cecadesu)
- Comisión Federal de Electricidad (CFE)
- Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas (Conanp)
- Comisión Nacional del Agua (Conagua)
- Comisión Nacional Forestal (Conafor)
- Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía Eléctrica (Conuee)
- Comisión Nacional para la Biodiversidad (Conabio)
- Dirección de Educación Ambiental, Cecadesu
- Dirección General de Planeación y Evaluación, Semarnat
- Fideicomiso para el Ahorro de Energía Eléctrica (Fide)
- Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA)
- Instituto Nacional de Ecología (INE)
- Procuraduría Federal de Protección al Ambiente (Profepa)
- Procuraduría Federal del Consumidor (Profeco)

Instituto Chihuahuense para la Transparencia y Acceso a la Información Pública
Instituto de Acceso a la Información Pública del Distrito Federal
Instituto de Educación de la Universidad de Londres
Instituto de Investigaciones Dr. José María Luis Mora
Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM
Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación, UNAM
Instituto Federal de Acceso a la Información (IFAI)
Instituto Nacional de Antropología e Historia (INAH)

Instituto Nacional de Estudios Históricos de las Revoluciones de México
Instituto Nacional de Lenguas Indígenas (INALI)
Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
Instituto Politécnico Nacional (IPN)
Ministerio de Educación de la República de Cuba
Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat)
Sistema Regional de Evaluación y Desarrollo de Competencias Ciudadanas (Sredecc)
Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM)
Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Universidad Autónoma del Estado de México
Universidad de Guadalajara
Universidad de New York
Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)
Universidad Pedagógica Nacional (UPN)
Universidad Veracruzana

PERSONAS

Abel Rodríguez De Fraga
Adolfo Portilla González
Alejandra Elizalde Trinidad
Alexis González Dulzaides
Alfredo Magaña Jattar
Alicia Ledezma Carbajal
Alma Rosa Cuervo González
Amelia Molina García
Amparo Juan Platas
Ana Flores Montañez
Ana Frida Monterrey Heimsatz
Ana Hilda Sánchez Díaz
Ana Lilia Romero Vázquez
Andrea Miralda Banda
Ángel Daniel Ávila Mujica
Angélica R. Zúñiga Rodríguez
Araceli Castillo Macías
Arturo Franco Gaona
Aydée Cristina García Varela
Blanca Azucena Ugalde Celaya
Blanca Irene Guzmán Silva
Caridad Yela Corona
Carlos Alberto Reyes Tosqui
Carlos Natalio González Valencia
Carlos Osorio
Carolina Ramírez Domínguez
Catalina Ortega Núñez
Cecilia Espinosa Muñoz
Claudia Amanda Peña García
Claudia Carolina García Rivera
Claudia Espinosa García
Claudia Martínez Domínguez
Claudia Mercado Abonce
Columba Alviso Rodríguez
Daniel Morales Villar
Daniela A. Ortiz Martínez
Elizabeth Lorenzo Flores
Elizabeth Rojas Samperio
Emilio Domínguez Bravo
Erika Daniela Tapia Peláez
Ernesto López Orendain
Esperanza Issa González
Estefanie Ramírez Cruz
Evangelina Vázquez Herrera
Fabiola Bravo Durán
Flor de María Portillo García
Flora Jiménez Martínez
Franco Pérez Rivera
Gabriel Calderón López
Gerardo Espinosa Espinosa
Gisela L. Galicia
Gloria Denisse Canales Urbina
Griselda Moreno Arcuri
Guillermina Rodríguez Ortiz
Gustavo Huesca Guillén
Gwendoline Centeno Amaro
Hilda María Fuentes López
Hugo Enrique Alcantar Bucio
Ignacio Alberto Montero Belmont
Isabel Gómez Caravantes
Israel Monter Salgado
Javier Barrientos Flores
Javier Castañeda Rincón
Jemina García Castrejón
Jesús Abraham Navarro Moreno
Joaquín Flores Ramírez
Jorge Humberto Miranda Vázquez
Jorge López Cruz
Jorge Medina Salazar
Jorge Zamacona Evenes
José Humberto Trejo Catalán
José Luis Hernández Sarabia
Julia Martínez Fernández
Karina Franco Rodríguez
Karina Leal Hernández
Karla M. Pinal Mora

Karolina Grissel Lara Ramírez
Larissa Langner Romero
Laura Daniela Aguirre Aguilar
Laura Elizabeth Paredes Ramírez
Laura H. Lima Muñiz
Laurentino Velázquez Durán
Leonardo Meza Aguilar
Leticia Araceli Martínez Zárate
Leticia G. López Juárez
Leticia Margarita Alvarado Díaz
Lilia Beatriz Ortega Villalobos
Lilia Elena Juárez Vargas
Lilia Mata Hernández
Liliana Morales Hernández
Lizette Zaldívar
Lourdes Castro Martínez
Lucila Guadalupe Vargas Padilla
Lucina García Cisneros
Luis Fernández
Luis Gerardo Cisneros Hernández
Luis Reza Reyes
Luis Tonatiuh Martínez Aroche
María Alejandra Acosta García
María Antonieta Ilhui Pacheco Chávez
María Concepción Europa Juárez
María Concepción Medina González
María de Ibarrola
María de las Mercedes López López
María de los Ángeles García González
María de los Ángeles Huerta Alvarado
María de Lourdes Romero Ocampo
María del Carmen Rendón Camacho
María del Carmen Tovilla Martínez
María del Rosario Martínez Luna
María Esther Padilla Medina
María Esther Tapia Álvarez
María Eugenia Luna Elizarrarás
María Teresa Aranda Pérez
María Teresa Arroyo Gámez
María Teresa Carlos Yáñez
María Teresa López Castro
María Teresa Sandoval Sevilla
Mariano Martín G.
Maribel Espinosa Hernández
Marissa Mar Pecero
Martha Estela Tortolero Villaseñor
Martha Ruth Chávez Enríquez
Mauricio Rosales Avalos
Miguel Ángel Dávila Sosa
Nancy Judith Nava Castro
Nelly del Pilar Cervera Cobos
Nonitzin Maihualida
Norma Erika Martínez Fernández
Norma Nélida Reséndiz Melgar
Norma Romero Irene
Oscar Isidro Bruno
Oscar Luna Prado
Oscar Osorio Beristain
Oscar Román Peña López
Óscar Salvador Ventura Redondo
Oswaldo Martín del Campo Núñez
Ramón Guerra Araiza
Rebeca Contreras Ortega
Rita Holmbaeck Rasmussen
Roberto Renato Jiménez Cabrera
Rosendo Bolivar Meza
Rubén Galicia Castillo
Ruth Olivares Hernández
Samaria Rodríguez Cruz
Sandra Ortiz Martínez
Sandra Villeda Ávila
Sergio Pavel Cano Rodríguez
Silvia Campos Olguín
Sonia Daza Sepúlveda
Susana Villeda Reyes
Teresita del Niño Jesús Maldonado Salazar
Urania Lanestosa Baca
Uriel Garrido Méndez
Verónica Florencia Antonio Andrés
Vicente Oropeza Calderón
Víctor Manuel García Montes
Virginia Tenorio Sil
Yolanda Pizano Ruiz